



نام درس: نظریه گروه‌ها
رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (کلیه گرایش‌ها) (۵۸)

تعداد سوالات: تستی: — تشریحی: ۶
زمان آزمون (دقیقه): تستی: — تشریحی: ۱۲۰

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی (ره). این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید که $V \rightarrow V'$ یک نگاشت از فضای هیلبرت H به توی خودش باشد بطوریکه داشته باشیم: (۳ نمره)
الف. وارون پذیر است و ب. به ازای هر دو بردار V و W متعلق به H داریم $|\langle V, W \rangle| = |\langle V', W' \rangle|$
ثابت کنید که یک عملگر یکانی $U: H \rightarrow H$ وجود دارد که به ازای هر بردار V متعلق به H داریم $V' = UV$.

۲. اگر U نماینده یک عملگر یکانی باشد آنگاه نشان دهید (۲ نمره)

الف. مقادیر ویژه U واحد می‌باشند.

ب. ویژه حالات (بردار) متناظر با ویژه مقادیر متفاوت بر همدیگر عمود هستند.

۳. نشان دهید گروه $SU(n)$ دارای بعد $n^2 - 1$ می‌باشد. (۲ نمره)

۴. زیر گروه های سره $Z_p = \{e, a, a^2, a^3, \dots, a^{p-1}\}$ را به دست آورید. (۲ نمره)

۵. گروه آبلی اعداد صحیح Z را در نظر بگیرید. (۲ نمره)

الف. نشان دهید هر زیر گروهی از Z ، یک زیر گروه نرمال است.

ب. به ازای انتخاب هر زیر گروه دلخواه H از Z آنگاه فضای هم رده G/H نیز یک گروه آبلی است.

۶. نشان دهید $Z_p := \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right\}$ یک زیر گروه نرمال از گروه لی $SU(2)$ است. (۳ نمره)