

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰



نام درس: آنالیز ریاضی ۲
رشته تحصیلی / گد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۰۴۱)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی^(ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید f تابعی کراندار و α تابعی صعودی بر $[a, b]$ باشد. هرگاه P, Q دو افزار از این بازه باشند، به طوری که $P \subseteq Q$ ، آنگاه

الف. $U(P, f, \alpha) \leq U(Q, f, \alpha)$ ب. $L(Q, f, \alpha) \leq U(P, f, \alpha)$

ج. $U(Q, f, \alpha) \leq L(P, f, \alpha)$ د. $L(Q, f, \alpha) \leq L(P, f, \alpha)$

۲. هرگاه f تابعی کراندار بر $[a, b]$ و α تابعی صعودی بر این بازه باشد، آنگاه کدام گزینه همواره صحیح است؟

الف. اگر α بر $[a, b]$ پیوسته باشد، آنگاه $f \in R(\alpha)$.

ب. اگر $\alpha' \in R$ آنگاه $f \in R(\alpha)$.

ج. هرگاه مجموعه نقاط ناپیوستگی f بر $[a, b]$ متناهی باشد، آنگاه $f \in R$.

د. هرگاه $f \in R(\alpha)$ آنگاه $|f| \in R(\alpha)$ و بالعکس.

۳. فرض کنید f تابعی کراندار بر $[-1, 1]$ ، α تابعی با ضابطه $\alpha(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$ بر این بازه باشد. در این صورت کدام شرط برای انتگرال پذیری f نسبت به α باید برقرار باشد؟

الف. f از چپ در صفر پیوسته باشد. ب. $f(0) = 0$.

ج. f از راست در صفر پیوسته باشد. د. $f(0) = \frac{1}{2}$.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور
دانشجویان
خبرگزاری
PNUNA.COM
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۲
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۰۴۱)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۴. فرض کنید f, g توابعی کراندار بر $[a, b]$ و α تابعی صعودی بر این بازه باشد. در این صورت کدام گزینه همواره درست است؟

الف. $f + g \in R(\alpha) \Rightarrow f \in R(\alpha)$

ب. $f + g \in R(\alpha), f - g \in R(\alpha) \Rightarrow fg \in R(\alpha)$

ج. $f + g \in R(\alpha) \Rightarrow f - g \in R(\alpha)$

د. $fg \in R(\alpha) \Rightarrow f \in R(\alpha)$

۵. مقدار انتگرال $\int_1^e x d(\ln x)$ برابر است با:

- الف. e ب. $e + 1$ ج. $e - 1$ د. 1

۶. هرگاه بر $[a, b]$ ، داشته باشیم $f \in R(\alpha)$ ، نگاه قرار می‌دهیم $\|f\|_p = (\int_a^b f^p d\alpha)^{\frac{1}{p}}$. فرض کنید $f, g \in R(\alpha)$. در این صورت کدام گزینه همواره صحیح است؟

الف. $\left| \int_a^b fg d\alpha \right| = \|f\|_p \|g\|_p$ ب. $\left| \int_a^b fg d\alpha \right| \leq \|f\|_p \|g\|_p$

ج. $\|f + g\|_p = \|f\|_p + \|g\|_p$ د. $\|f + g\|_p \geq \|f\|_p + \|g\|_p$

۷. مقادیر $\int_{-\infty}^{+\infty} x dx$ ، $\int_{-T}^T x dx$ به ترتیب کدامند؟

- الف. صفر، صفر ب. صفر، ناموجود ج. ناموجود، صفر د. ناموجود، ناموجود

۸. کدامیک از انتگرال‌های زیر به طور مطلق همگراست؟

الف. $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$ ب. $\int_0^{+\infty} \frac{\cos x}{x+1} dx$ ج. $\int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x+1} dx$ د. $\int_1^{+\infty} \frac{\sin x}{(x+1)^2} dx$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور
دانشجویان
خبرگزاری
PNUNA.COM
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۲
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۰۴۱)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۹. هرگاه تابع f بر $[a, b]$ با تغییر کراندار باشد، آنگاه:

الف. f بر این بازه کراندار است. ب. f بر این بازه یکنواست.

ج. f بر این بازه پیوسته است. د. f بر این بازه مشتق پذیر است.

۱۰. هرگاه تابع f تابعی با تغییر کراندار بر $[0, 1]$ باشد و $V(x) = \begin{cases} v_f(0, x) & 0 < x \leq 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در این صورت:

الف. V تابعی نزولی است. ب. V تابعی پیوسته است.

ج. V با تغییر کراندار نیست. د. f پیوسته است اگر و فقط اگر V پیوسته باشد.

۱۱. فرض کنید $f: [0, 2\pi] \rightarrow R^2$ ، $f(t) = (a \cos t, a \sin t)$ ، در این صورت طول خم f کدام است؟

الف. $2\pi a$ ب. πa ج. $4\pi a$ د. $\frac{1}{2}\pi a$

۱۲. کدام گزینه در مورد $\{f_n\}$ صحیح است؟

الف. هرگاه برای $x \in R$ ، $f_n(x) \rightarrow f(x)$ ، آنگاه $f_n \Rightarrow f$ بر R

ب. هرگاه $f_n(x) = \frac{x^{2n}}{1+x^{2n}}$ ، آنگاه $\{f_n\}$ بر R همگرای یکنواخت است.

ج. هرگاه $f_n(x) = x^n$ ، آنگاه $\{f_n\}$ بر $[0, \frac{1}{p}]$ همگرای یکنواخت است.

د. هرگاه $Q \cap [0, 1] = \{r_1, r_2, \dots\}$ ، آنگاه $\{f_n\}$ بر $[0, 1]$ همگرای $f_n(x) = \begin{cases} 1 & x \in \{r_1, \dots, r_n\} \\ 0 & \text{در غیر اینصورت} \end{cases}$

یکنواخت است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور
دانشجویان
خبرگزاری
PNUNA.COM
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۲
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۰۴۱)

مجاز است.

استفاده از:

کُد سری سؤال: یک (۱)

۱۳. فرض کنید $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع حقیقی بر $[a, b]$ باشد. در این صورت کدام گزینه همواره صحیح است؟

الف. اگر $\{f_n\}$ نقطه‌وار به تابع f همگرا و هر f_n تابعی پیوسته باشد، آنگاه f نیز پیوسته است.

ب. اگر $\{f_n\}$ نقطه‌وار به تابع f همگرا بوده و برای هر $f_n \in R, n \in N$ آنگاه $f \in R$ است.

ج. اگر $f_n \Rightarrow f$ و هر f_n تابعی کراندار باشد، آنگاه f نیز تابعی کراندار است.

د. اگر $f_n \Rightarrow f$ و برای هر $f_n, n \in N$ مشتق پذیر باشد، آنگاه $f'_n \Rightarrow f'$.

۱۴. فرض کنید $x \in (-1, 1)$. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

ب. $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1} = \frac{1}{(1-x)^2}$

الف. $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1} = \frac{1}{1-x}$

د. $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ همگرا نیست.

ج. $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1} = 1-x$

۱۵. سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n}$ بر کدامیک از بازه‌های زیر به طور یکنواخت همگراست؟

د. $(0, 2\pi)$

ج. $[\pi, 3\pi]$

ب. $[0, 2\pi]$

الف. $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

۱۶. $\int_a^b f d\alpha$ در کدام حالت وجود دارد؟

ب. f کراندار α دلخواه

الف. α کراندار و f دلخواه

د. α کراندار و f صعودی

ج. f کراندار و α صعودی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور
دانشجویان
خبرگزاری
PNUNA.COM
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۲
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۰۴۱)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۷. فرض کنید A جبری از توابع بر مجموعه E باشد. گوئیم A نقاط E را جدا می‌کند هرگاه:

الف. x در E وجود داشته باشد، به طوری که برای هر $f \in A$ ، $f(x) \neq 0$.

ب. برای هر $x \in E$ ، حداقل f در A وجود داشته باشد که $f(x) \neq 0$.

ج. برای هر $x_1, x_2 \in E$ که $x_1 \neq x_2$ و هر $f \in A$ ، داشته باشیم $f(x_1) \neq f(x_2)$.

د. برای هر $x_1, x_2 \in E$ که $x_1 \neq x_2$ ، $f \in A$ وجود داشته باشد که $f(x_1) \neq f(x_2)$.

۱۸. شعاع همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} (1 + \frac{1}{n})^n x^n$ کدام است؟

الف. e ب. $\frac{1}{e}$ ج. $2e$ د. e^2

۱۹. تابع E را بر R به صورت $E(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ در نظر بگیرید. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

الف. تابع E کراندار است. ب. $E(nx) = (E(x))^n$.

ج. $E(1) = 1$. د. E تابعی نزولی است.

۲۰. کدام گزینه صحیح است؟

الف. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = e$ ب. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$ همگرا نیست.

ج. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{-a} \ln x = 0$ ($a > 0$) د. هرگاه $0 < x < 2\pi$ ، آنگاه $|e^{ix}| < 1$.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور
دانشجویان
خبرگزاری
PNUNA.COM
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۲
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۰۴۱)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

* بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد.

۱. ثابت کنید هرگاه بر $[a, b]$ داشته باشیم $a < c < b, f \in R(\alpha)$ ، آنگاه بر بازه های $[a, c], [c, b]$ نیز $f \in R(\alpha)$

$$\text{و } \int_a^b f d\alpha = \int_a^c f d\alpha + \int_c^b f d\alpha$$

۲. در صورتی که انتگرال $\int_1^x (1 - \frac{1}{x}) d[x^2]$ وجود دارد، مقدار آن را بیابید. در غیر اینصورت، دلیل خود را ارائه دهید.

$$([x] = \text{جزء صحیح } x)$$

۳. فرض کنید f تابعی با تغییر کراندار بر $[a, b]$ باشد. نشان دهید f را می توان بصورت تفاضل دو تابع نزولی نوشت.

۴. فرض کنید تابع f بر $[0, 1]$ پیوسته باشد و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $\int_0^1 x^n f(x) dx = 0$ ، نشان دهید $f = 0$.

۵. فرض کنید برای عدد مختلط z داشته باشیم $E(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$ و برای $x \in \mathbb{R}$ داشته باشیم

$$C(x) = \frac{E(ix) + E(-ix)}{2}$$

ثابت کنید عددی حقیقی و مثبت مانند x وجود دارد که $C(x) = 0$

PNUNA.COM :: خبرگزاری دانشجویان پیام نور