



امام خمینی (ره). این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

در تمامی سؤالات زیر  $F$  و  $K$  میدان هستند.

۱. اگر  $R$  یک میدان باشد و  $f: R \rightarrow S$  همریختی ناصفر حلقه ها باشد، کدام گزینه درست است؟

الف.  $f$  پوشا است. ب.  $f$  یک به یک است.

ج.  $f$  دوسویی است. د.  $S$  میدان است.

۲. اگر  $f(x) = \bar{1}x^2 + \bar{1} \in Z_3[x]$  باشد، میدان  $Z_3[x]/(f)$  چند عضو دارد؟

الف. ۲ عضو ب. ۴ عضو

ج. ۸ عضو د. ۹ عضو

۳. کدام یک از گروه های زیر حل پذیر نیست؟

الف. گروه متقارن  $S_4$  ب. هر  $P$ -گروه

ج. گروه متقارن  $S_3$  د. گروه ناآبلی ساده

۴. فرض کنید  $w = \sqrt[3]{2} \in R$ ، کدام یک از مجموعه های زیر، کوچکترین زیر میدان  $R$  حاوی  $Q$  و  $w$  است؟

الف.  $Q(w) = \{u \in R \mid u = bw, b \in Q\}$

ب.  $Q(w) = \{u \in R \mid u = a + bw, a, b \in Q\}$

ج.  $Q(w) = \{u \in R \mid u = a + bw + cw^2, a, b, c \in Q\}$

د.  $Q(w) = \{u \in R \mid u = a + bw + cw^2, a, b, c \in R\}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰



نام درس: جبر ۲  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۲)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۵. فرض کنید که  $J = (f)$  و  $K = (g)$  دو ایده آل  $F[x]$  یک حلقه باشند. کدام گزینه درست است؟

الف.  $J = K$  اگر و فقط اگر  $f = g$  باشد.

ب.  $K \subseteq J$  اگر و فقط اگر  $f \mid g$ .

ج.  $J = K$  اگر و فقط اگر  $f \mid g$ .

د.  $J = F[x]$  اگر و فقط اگر  $f(x) = x$ .

۶. فرض کنید  $K \prec F$  و  $u \in F$ . در این صورت  $u$  روی  $K$  جبری است اگر و فقط اگر .....

الف.  $[K(u) : K] = p$  ( $p$  عدد اول)

ب.  $[K(u) : K] = 2$

ج.  $[K(u) : K] = p^2$  ( $p$  عدد اول)

د.  $[K(u) : K]$  متناهی باشد.

۷. فرض کنید  $p$  عددی اول باشد و  $\xi$  یک ریشه  $p$  ام اولیه واحد روی  $Q$  باشد، آنگاه  $[Q(\xi) : Q]$  برابر است با:

الف.  $p^2 - 1$

ب.  $p - 1$

ج.  $p - 2$

د.  $p^2$

۸. فرض کنید  $F = Q(\omega, \xi)$  که در آن  $\omega$  ریشه پنجم حقیقی عدد ۲ و  $\xi$  ریشه پنجم اولیه واحد باشد. در این صورت  $[F : Q]$

برابر است با:

الف. ۲۰

ب. ۱۰

ج. ۵

د. ۸



۹. کدام گزینه نادرست است؟

الف. اگر  $F$  یک میدان متناهی و  $G$  زیر گروهی از گروه  $F^\times$  متشکل از یکه های  $F$  باشد،  $G$  دوری است.

ب. اگر  $F$  یک میدان متناهی باشد، آنگاه گروه ضربی  $G = F^\times$  متشکل از یکه های  $F$  آبلی است.

ج. اگر  $F$  میدانی متناهی با زیر میدان اول  $F_p$  باشد، آنگاه برای هر  $u \in F$ ،  $F_p(u) \neq F$  است.

د. اگر  $F$  میدانی متناهی از مشخصه  $p$  باشد، آنگاه  $F$  دارای  $p^n$  (برای  $n \in \mathbb{N}$ ) عنصر است.

۱۰. فرض کنید  $K \prec F$  و  $G = Gal_K(F)$ ،  $K \prec L \prec F$  و  $H$  زیر گروهی از  $G$  باشد. کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $L < L'$  ب.  $H' = H'''$

ج.  $H \subseteq H''$  د.  $L' \neq L'''$

۱۱. فرض کنید  $K \prec F$  و  $G = Gal_K(F)$  و  $[F : K]$  متناهی باشد. کدام گزینه درست است؟

الف.  $O(G) > [F : K]$  ب.  $O(G) \leq [F : K]$

ج.  $O(G) = [F : K]$  د.  $O(G) \mid [F : K]$

۱۲. فرض کنید  $K$  میدانی از مشخصه صفر باشد و  $K \prec F$  که  $[F : K]$  متناهی و  $G = Gal_K(F)$  است.

کدام گزینه با سه گزینه دیگر معادل نمی باشد؟

الف.  $F$  یک توسیع نرمال  $K$  است. ب.  $O(G) = [F : K]$

ج.  $O(G) \leq [F : K]$  د.  $K$  در  $F$  بسته است.



۱۳. فرض کنید  $F = Q(\omega, \xi)$  و  $G = Gal_o(F)$  که در آن  $\omega = \sqrt[3]{2}$  و  $\xi$  یک ریشه سوم اولیه واحد است.

کدام گزینه درست است؟

الف.  $F$  یک میدان شکافنده  $f(x) = x^3 - 2$  روی  $Q$  نیست.

ب.  $O(G) = [F : K] = 6$

ج.  $Q$  در  $F$  بسته نیست.

د. چند جمله ای مینیمال  $\omega^2$  روی  $Q$  به صورت  $g(x) = x^2 - 4$  است.

۱۴. فرض کنید  $F = Q(\omega, \xi)$  و  $G = Gal_o(F)$  که در آن  $\omega = \sqrt[3]{2}$  و  $\xi$  یک ریشه سوم اولیه واحد است.

در این صورت  $G$  با کدام گروه یکرخت است؟

الف.  $Z_6$       ب.  $D_3$       ج.  $Z_4$       د.  $S_3$

۱۵. فرض کنید  $C$  میدان اعداد مختلط باشد و  $C < F$  باشد. آنگاه در مورد  $[F : C]$  کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

الف.  $[F : C] \neq 2$       ب.  $[F : C] \neq 3$

ج.  $[F : C] = 4$       د.  $[F : C] = 2^n$

۱۶. فرض کنید  $m \in N$  و  $\xi$  یک ریشه  $m$ ام اولیه واحد و  $F = K(\xi, u)$  که در آن  $u^m \in K$  است. کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $F$  روی  $K$  نرمال است.      ب.  $F$  میدان شکافنده  $f(x) = x^m - u^m$  است.

ج.  $F$  یک توسیع نرمال متناهی از  $K$  نیست.      د. اگر  $G = Gal_K F$  باشد، آنگاه  $G$  حل پذیر است.

۱۷. فرض کنید  $\theta \in R$  باشد. کدام یک از موارد زیر ساخت پذیر نیست؟

الف. زاویه  $\frac{\pi}{3}$       ب. عدد  $\cos(\frac{\pi}{3})$

ج. عدد  $\sin(\frac{\pi}{3})$       د. عدد  $\sqrt[3]{2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: جبر ۲  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی (۱۱۱۱۰۴۲)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. فرض کنید  $n \in N$  و  $\xi_n$  یک ریشه  $n$ ام اولیه واحد باشد. یک چند ضلعی منتظم با  $n$  ضلع ساخت پذیر است اگر و فقط اگر  $[Q(\xi_n) : Q]$  توانی از عدد ..... باشد؟

الف. ۳      ب. ۲      ج. اول  $P$       د. ۵

۱۹. کدام یک از توسیع میدانهای زیر از  $Q$  برابر  $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  است؟

الف.  $Q(\sqrt{6})$       ب.  $Q(\sqrt{2}, i)$   
ج.  $Q(\sqrt{2})$       د.  $Q(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

۲۰. چند جمله ای  $f(x) = 4x^3 - x^2 + 7$  در  $Q[x]$  در کدام گزینه صدق می کند؟

الف. تحویل ناپذیر است.      ب. تحویل پذیر است.  
ج. یک ریشه دارد.      د. سه ریشه دارد.

« سوالات تشریحی »

هر سؤال ۲ نمره دارد.

۱. فرض کنید  $N$  یک زیر گروه نرمال از گروه  $G$  باشد و هر دوی  $N$  و  $\frac{G}{N}$  حل پذیر باشند. ثابت کنید  $G$  حل پذیر است.

۲. محک آیزنشتاین را بیان و اثبات کنید.

۳. فرض کنید  $K < F$  باشد. ثابت کنید که گزاره های زیر معادل هستند:

الف.  $[F : K]$  متناهی است.

ب.  $F$  متناهی تولید شده و روی  $K$  جبری است.

ج.  $F = K(S)$  برای زیر مجموعه متناهی  $S$  از  $F$  است و هر عنصر  $S$  روی  $K$  جبری است.



۴. فرض کنید که  $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$  باشد. اعضای گروه گالوای  $G = Gal_Q(F)$  را مشخص کنید.

۵. فرض کنید  $F$  یک توسیع متناهی  $K$  و  $N$  بستار نرمال  $F$  باشد. ثابت کنید که اگر  $F$  یک توسیع رادیکال  $K$  باشد، آنگاه  $N$  نیز یک توسیع رادیکال  $K$  است.