

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰



نام درس: آنالیز ریاضی ۳  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۶

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی (ره): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. هر گاه  $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$

الف.  $f$  روی  $R^2$  یک به یک نمی باشد. ب.  $f$  در هیچ همسایگی هر نقطه یک به یک نمی باشد.

ج. ژاکوبین  $f$  در برخی نقاط صفر است. د.  $f$  دارای وارون روی  $R^2$  است

۲. هر گاه  $T \in L(V, W)$  کدام یک از موارد زیر درست است؟

الف. کرانداری و پیوستگی  $T$  معادلند.

ب. کرانداری و متناهی البعد بودن فضای برداری  $V$  معادل است.

ج. کرانداری و متناهی البعد بودن فضای برداری  $W$  معادل است

د. متناهی البعد بودن  $V$  و  $W$  معادل است.

۳. هر گاه  $f: R^n \rightarrow R$  یک تبدیل خطی باشد آنگاه:

الف.  $f$  پیوسته است هر گاه  $f(x+y) = f(x) + f(y)$

ب.  $f$  حافظ نرم فضاهای  $R, R^n$  است.

ج. برداری مانند  $y$  وجود دارد که  $f(x) = x \cdot y$

د.  $f'$  تابعی پیوسته و کراندار است.

۴. هر گاه  $X$  یک فضای نرم دار و  $A, B$  زیر مجموعه ای از  $X$  باشند:

الف. هر گاه  $A$  باز باشد  $A+B$  نیز باز است.

ب. هر گاه  $A$  بسته باشد  $A+B$  نیز بسته است.

ج. هر گاه  $A$  بسته و  $B$  فشرده باشد  $A+B$  فشرده است.

د. هر گاه  $A$  باز و  $B$  فشرده باشد  $A+B$  فشرده است.

۵. کدام یک از قضایای آنالیز ارتباط موضوعی با این مطلب دارد که شکل یک تابع به عنوان یک تبدیل خطی با تغییر پایه های دامنه و برد تابع می تواند به صورت خاصی درآید؟

الف. تابع ضمنی ب.نگاشت وارون

ج. رتبه د. نقطه ثابت

۶. تحت چه شرایطی افزایی چون  $P$  از بازه  $I$ ، برای تابع  $f: I \rightarrow R^n$  موجود است که برای هر  $\varepsilon > 0$ ،

$$U(p, f) - L(p, f) < \varepsilon$$

الف.  $f$  کراندار باشد.

ب.  $f$  بر  $I$  انتگرال پذیر باشد.

ج.  $f$  بر  $I$  پیوسته باشد.

د. چنین شرطی وجود ندارد.

۷. اگر  $f: I \subset R^n \rightarrow R$  انتگرال پذیر باشد:

الف.  $|f|$  انتگرال پذیر است.

$$\int_I |f| \leq \left| \int_I f \right|$$

ج.  $\int_I f \geq 0$  اگر و فقط  $I$  یک بازه بسته باشد

د.  $\int_I f \geq 0$  اگر و فقط  $I$  یک بازه باز باشد

۸. کدام یک از زیر مجموعه های زیر دارای اندازه صفر نمی باشد؟

الف. مجموعه نقاط با مولفه های صحیح در  $R^n$

ب. مجموعه نقاط با مولفه های گویا در  $R^n$

ج. مجموعه دوائر با شعاع گویا و مرکز  $\alpha$  در  $R^p$  که مولفه های  $\alpha$  صحیح است.

د. مجموعه نقاط روی یک دایره به شعاع ۱ و مرکز  $\alpha$  با مولفه های صحیح در  $R^p$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۳  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۶

مجاز است.

استفاده از:

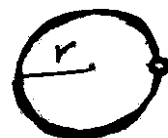
کد سری سؤال: یک (۱)

۹. قدر کدام یک از مجموعه های زیر با بقیه موارد فرق می کند؟

الف. نقاط بازه تیره رنگ



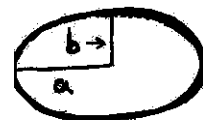
ب.  $r = \frac{1}{2\pi}$  ، نقاط محیط دایره به جز یک نقطه به شعاع  $r$



ج. نقاط بازه تیره رنگ به جز ابتدا و انتها



د. نقاط محیط بیضی که  $\frac{a+b}{2} = 1$  طولهای قطرهای بیضی می باشند



۱۰. هر گاه  $f : A \rightarrow R$  ،  $A \subseteq R^n$  تابعی دلخواه باشد تحت چه شرایطی  $f$  بر  $A$  انتگرال پذیر است؟

الف. هر گاه  $f$  کراندار و اندازه مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  صفر باشد.

ب. هر گاه  $A$  فشرده باشد.

ج. هر گاه  $A$  فشرده و  $f$  کراندار باشد.

د. شرایط مذکور در بندهای الف و ب و ج برای انتگرال پذیری  $f$  کفایت نمی کند.

۱۱. کدام یک از موارد زیر همواره صحیح است؟

الف. هر گاه  $f : A \rightarrow R$  ،  $A \subseteq R^n$  کراندار باشد، آنگاه برای هر  $\epsilon > 0$  ،  $\{x \in A : o(f, x) \geq \epsilon\}$  بسته است.

ب. مجموعه ای با اندازه صفر وجود دارد که دارای قدر صفر نباشد.

ج. هر گاه  $f : A \rightarrow R$  ،  $A \subseteq R^n$  ،  $\int_A f = 0$  باشد، آنگاه  $\{x : f(x) \neq 0\}$  دارای اندازه صفر است.

د. هر گاه  $A$  بسته و با اندازه صفر باشد آنگاه  $A$  با قدر صفر است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰



نام درس: آنالیز ریاضی ۳  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۶

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۲. در خصوص قضیه افراز واحد کدام یک از موارد زیر صحیح نمی باشد؟

- الف. این قضیه یک قضیه ساختنی است.  
ب. این قضیه یک قضیه وجودی است.  
ج. این قضیه با اصل موضوع انتخاب مرتبط است.  
د. این قضیه برای اثبات قضیه تغییر متغیر بکار می رود.  
۱۳. کدام یک از عملگرهای خطی زیر ضربه می باشند؟

الف.  $B(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3) = x_1e_2 + x_2e_3 + x_3e_1$

ب.  $B(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3) = x_1e_3 + x_2e_1 + x_3e_2$

ج.  $B(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3) = x_1e_2 + x_2e_1 + x_3e_3$

د.  $B(x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3) = x_1e_1 + x_2e_2 + x_3e_3$

۱۴. یک تانسور روی یک فضای برداری عبارتست از:

- الف. یک تبدیل خطی حافظ فاصله  
ب. یک تابع پیوسته و کراندار  
ج. یک تبدیل چند خطی حقیقی  
د. یک نگاشت پیوسته حافظ نرم  
۱۵. از خواص زیرین کدام یک در مورد تانسورها برقرار نمی باشد؟  $(T, S_i)$  تانسورها هستند

الف.  $(S_1 + S_2) \otimes T = S_1 \otimes T + S_2 \otimes T$

ب.  $(aS) \otimes T = a(S \otimes T) \quad a \in R$

ج.  $S_1 \otimes S_2 \otimes T = S_1 \otimes T \otimes S_2$

د.  $(S_1 \otimes S_2) \otimes T = S_1 \otimes (S_2 \otimes T)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۳  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۶

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۶. کدام عبارت همواره برقرار است؟

الف.  $Alt(T) = T \Leftrightarrow T$  متناوب است

ب. اگر  $T_1$  و  $T_2$  متناوب باشند  $T_1 \otimes T_2$  متناوب است

ج. اگر  $Alt(T) = 0$  آنگاه  $T \wedge S = S \wedge T = 0$

د. اگر  $\{e_1^*, \dots, e_n^*\}$  پایه ای برای  $V^*$  باشد  $e_i^* \wedge e_j^* = e_j^* \wedge e_i^*$ ، هرگاه یکی از  $j, i$  ها فرد باشد.

۱۷. کدام یک از عبارات زیر همواره درست است؟

الف. هر  $p$  - فرم می تواند به صورت اساسی نوشته شود و این نمایش منحصر به فرد است.

ب. هر  $p$  - فرم در صورتی نمایش اساسی دارد که متناوب باشد.

ج. در نمایش اساسی یک  $p$  - فرم تعداد جملات  $p$  - فرم تغییر نمی کند

د. حاصلضرب گوه ای فرمهای اساسی، اساسی است.

۱۸. هرگاه  $\gamma_1, \gamma_2$  دو خم باشند که  $\gamma_1(a) = \gamma_2(a)$ ،  $\gamma_1(b) = \gamma_2(b)$  و  $\gamma_1, \gamma_2$  روی  $[a, b]$  تعریف شده باشند

و  $\omega$  یک  $1$  - فرم باشد، آنگاه:

الف.  $\int_{\gamma_1} \omega = \int_{\gamma_2} \omega$  اگر و فقط اگر طول خم  $\gamma_1$ ،  $\gamma_2$  برابر باشد.

ب.  $\int_{\gamma_1} \omega = 0$  است اگر  $\gamma_1$  یک بیضی باشد

ج.  $\int_{\gamma_1} \omega \neq \int_{\gamma_2} \omega$  اگر و فقط اگر  $\gamma_1 \neq \gamma_2$  باشد.

د.  $\int_{\gamma_1} \omega \leq \int_{\gamma_2} \omega$  اگر و فقط اگر  $\Lambda(\gamma_1) < \Lambda(\gamma_2)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۶  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰



نام درس: آنالیز ریاضی ۳  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی - ۱۱۱۱۰۴۶

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۹. در خصوص مشتق خارجی  $d$  روی فرمها کدام یک از خواص زیر صدق نمی کند؟

الف. خطی بودن

ب. قانون لایبنتزی

ج. قانون هم دوری

د. حفظ مرتبه فرم بر اثر مشتق خارجی روی یک  $p$  - فرم

۲۰. هر گاه  $\omega = 5x^2 y dx \wedge dy + 8z^3 dx \wedge dy$  باشد  $d(dw)$  برابر است با.

الف.  $40x^2 dx \wedge dy \wedge dz$

ب.  $5x^2 y^2 z dx \wedge dz$

د. صفر

ج.  $8 dx \wedge dz \wedge dy$

### سوالات تشریحی

از ۶ سوال زیر به دلخواه فقط به ۵ سوال پاسخ دهید.

هر سوال ۲ نمره دارد.

۱. صورت دقیق قضایای تابع معکوس - ضمنی و رتبه را بیان نمایید.

۲. هر گاه  $D$  زیر مجموعه باز  $R^n$ ،  $f: D \rightarrow R^m$  در  $a \in D$  دو بار مشتق پذیر باشد، آنگاه ثابت کنید:

$$\forall t, h \in R^n : ((D^2 f(a))(h))(t) = ((D^2 f(a))(t))(h)$$

۳. شرط کافی برای داشتن قدر صفر یک مجموعه با اندازه صفر را بیان و اثبات نمایید.

۴. ثابت کنید اندازه مجموعه مستطیلهای به طول  $a$  و عرض  $b$  و مرکز  $c$  (محل تلاقی اقطارات) که  $a, b, c \in Q$ ، صفر است.

( راهنمایی: هر مستطیل را به صورت یک سه تایی از  $R^3$  در نظر بگیرید که متناظر با  $(a, b, c)$  است)

۵. قانون ضربی (لایبنتزی) را برای مشتق خارجی فرمها بیان و اثبات نمایید.

۶. لم پوانکاره را در مورد فرمهای بسته بیان و اثبات نمایید.