

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
**PNUNA.COM**  
PNU News Agency



نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی محض و کاربردی ۰۴۷

مجاز است.

استفاده از:

کُد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی<sup>(ره)</sup>: این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید  $P_n$ ،  $n$  امین چند جمله‌ای لژاندار باشد. حاصل  $\int_{-1}^1 P_n^2(x) dx$  کدام است؟

- الف. ۱      ب.  $\frac{2}{2n+1}$       ج.  $\sqrt{\frac{2}{2n+1}}$       د. صفر

۲. تابع وزنی که چندجمله‌ای‌های لژاندار نسبت به آن روی بازه  $[-1, 1]$  متعامد است، کدام است؟

- الف.  $w(x) = (1-x^2)^2$       ب.  $w(x) = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}}$   
ج.  $w(x) = 1$       د.  $w(x) = -1$

۳. فرض کنید  $\{T_n\}_{n=0}^{\infty}$  چند جمله‌ای‌های چیشف نوع اول باشد. حاصل  $\|T_0\|$  کدام است؟

- الف.  $\pi$       ب.  $\frac{\pi}{2}$       ج.  $\sqrt{\pi}$       د.  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

۴. کدام گزینه در مورد تابع گرین  $G(x, \xi)$  نادرست است؟

- الف. مشتق تابع گرین در  $x = \xi$  پیوسته است.  
ب. تابع گرین در  $x = \xi$  پیوسته است.  
ج. تابع گرین در شرایط مرزی مسأله داده شده صدق می‌کند.  
د. تابع گرین برای عملگر خودالحاق نسبت به متغیرهای  $x, \xi$  متقارن است.

۵. همه مقادیر ویژه یک مسأله خودالحاق:

- الف. حقیقی هستند.      ب. مختلط هستند.  
ج. بعضی مقادیر حقیقی و بعضی مقادیر مختلط هستند.      د. یک مسأله خودالحاق مقادیر ویژه ندارد.

۶. یک جواب برای مسأله با مقدار اولیه  $0 \leq x \leq 1$  کدام است؟  
$$\begin{cases} u'' = 0 \\ u(0) + u'(0) = 0 \\ u(1) = 0 \end{cases}$$

- الف.  $u(x) = x - 1$       ب.  $u(x) = 2x - 1$       ج.  $u(x) = x + 1$       د.  $u(x) = 2x + 1$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
خبرگزاری دانشجویان  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی محض و کاربردی ۰۴۷

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۷. کدام گزینه در مورد معادله  $y'' + \lambda y = 0$  نادرست است؟

الف.  $\lambda = 0$  برای این معادله یک مقدار ویژه است.

ب. مقادیر ویژه این معادله همگی مثبت هستند.

ج. این معادله مقدار ویژه صفر ندارد.

د. این معادله مقدار ویژه منفی ندارد.

۸. اگر یک سری بصورت  $\sum_{k=1}^{\infty} a_k \phi_k$  در میانگین به  $f$  همگرا باشد آنگاه ضرائب  $a_k$  الزاماً:

الف. مثبت است. ب. همان ضرائب فوریه  $f$  است.

ج. منفی است. د. صفر است.

۹. تابع دلخواه  $f$  که بر بازه  $[a, b]$  تعریف شده است را در نظر بگیرید. فرض کنید  $\{\phi_n\}_{n=1}^{\infty}$  یک مجموعه متعامد از توابع بر بازه

$(a, b)$  با تابع وزن  $w$  باشد. ضرایب فوریه تابع  $f$  نسبت به مجموعه متعامد  $\{\phi_n\}_{n=1}^{\infty}$  کدام است؟

الف.  $c_k = \frac{(f, \phi_k)}{\|\phi_k\|}$  ب.  $c_k = (f, \phi_k)$  ج.  $c_k = \frac{(f, \phi_k)}{\|\phi_k\|^2}$  د.  $c_k = \|\phi_k\|$

۱۰. فرض کنید تابع  $f$  با  $\|f\| = 0$  به فضای توابع قطعه‌ای پیوسته متعلق باشد. کدام گزینه در مورد  $f$  درست است؟

الف.  $f$  در همه نقاط صفر است.

ب.  $f$  هیچ جا صفر نیست.

ج.  $f$  در تمام نقاط به جز احتمالاً در نقاط ناپیوستگی صفر است.

د.  $f$  تنها در نقاط ناپیوستگی صفر است.

۱۱. جوابی از نوع نمائی برای معادله دیفرانسیل  $Z_{xx} + Z_{yy} = 0$  کدام است؟ ( $x, y$  متغیرهای مستقل و  $Z$  تابعی از  $x, y$  است.)

الف.  $z = e^{h(x \pm y)}$  ب.  $z = e^{ihxy}$

ج.  $z = e^{ih(x \pm y)}$  د.  $z = e^{h(x \pm iy)}$

۱۲. سری فوریه تابع  $f(x) = 2 \cos^2 x$  ,  $0 < x < 2\pi$  کدام است؟

الف.  $2 - \cos 2x$  ب.  $1 + \cos 2x$  ج.  $\cos 2x$  د.  $\sin 2x$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
**PNUNA.COM**  
PNU News Agency



نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی محض و کاربردی ۰۴۷

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۳. انتگرال فوریه کسینوسی تابع  $f(x) = e^{-x}$  ( $x > 0$ ) کدام است؟

الف.  $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+x^2} dx$       ب.  $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{1+t^2} dt$

ج.  $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos xt}{x^2+t^2} dt$       د.  $\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-t} \cos xt}{1+e^{-t}} dt$

۱۴. سری فوریه  $f$  در میانگین به تابع  $f$  همگراست اگر و تنها اگر:

الف.  $\|f\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} c_k^2$       ب.  $\|f\|^2 \leq \sum_{k=1}^{\infty} c_k^2$

ج.  $\|f\|^2 \geq \sum_{k=1}^{\infty} c_k^2$       د.  $\|f\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} c_k$

۱۵. با فرض آنکه  $\int_0^{\infty} \frac{\sin s \cos sx}{s} ds = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & 0 \leq x < 1 \\ \frac{\pi}{4} & x = 1 \\ 0 & x > 1 \end{cases}$  ، حاصل  $\int_0^{\infty} \frac{\sin 2s}{s} ds$  کدام است؟

الف.  $\frac{\pi}{4}$       ب.  $\frac{\pi}{2}$       ج.  $\pi$       د.  $2\pi$

۱۶. جواب عمومی معادله همگن  $Az_x + Bz_y + Cz = 0$  با شرط  $A \neq 0$  کدام است؟

الف.  $z = e^{-\frac{C}{A}y} f(Ax - By)$       ب.  $z = e^{-\frac{B}{A}y} f(Ax - By)$

ج.  $z = e^{\frac{C}{A}x} f(Ax - By)$       د.  $z = e^{-\frac{C}{A}x} f(Bx - Ay)$

۱۷. عملگر  $L$  با معادله  $Lz = 0$  در نقطه  $(x, y)$  سهموی است هرگاه مبین  $L$ :

الف. صفر باشد.      ب. منفی باشد.      ج. مثبت باشد.      د. دقیقاً یک باشد.

فهرست آزمون دانشجویان پیام نور :: PNUNA.COM

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
**PNUNA.COM**  
PNU News Agency



نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی محض و کاربردی ۰۴۷

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۸. معادله  $yz_{xx} + (x+y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$  خارج از خط  $y = x$  کدام است؟

- الف. سهمی  
ب. بیضی  
ج. هذلولی  
د. فقط یک نقطه است

۱۹. منحنی‌های شاخص معادله دیفرانسیل  $4z_{xx} - 8z_{xy} + 4z_{yy} = 1$  کدام است؟

- الف.  $\xi = y + x, \eta = x$   
ب.  $\xi = y, \eta = x$   
ج.  $\xi = -y, \eta = x + y$   
د.  $\xi = y, \eta = -x$

۲۰. برای دو تابع  $f, g$  که به فضای  $C_p$  تعلق دارند و  $\|f - g\| = 0$  کدام گزینه درست است؟

- الف.  $f = g$   
ب.  $f, g$  به جز در تعدادی منتهای نقطه متفاوت هستند.  
ج. همواره  $f \neq g$   
د. در تمام نقاط به جز تعداد منتهای نقطه یکسان هستند.

سوالات تشریحی (بارم هر سؤال ۲ نمره)

۱. فرض کنید  $\lambda_1, \lambda_2$  دو مقدار ویژه مسأله  $\begin{cases} Ly = -\lambda r(x)y \\ u_1(y) = 0 \\ u_2(y) = 0 \end{cases}$  و توابع  $y_1, y_2$  توابع ویژه متناظر آنها باشند. اگر این مسأله

خودالحاق باشد ثابت کنید  $y_1, y_2$  نسبت به تابع وزن  $r$  بر بازه  $[a, b]$  متعامد هستند.

۲. مطلوب است محاسبه  $P_n(1)$  که در آن  $P_n$ ،  $n$  امین چندجمله‌ای لژاندار است.

۳. مسأله با مقدار اولیه  $\begin{cases} u'' + \frac{1}{4}u = 0 \\ u(0) = 0 \\ u(\pi) = 0 \end{cases}$  را حل کنید.

## کارشناسی (سنتی)

استان:

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
**PNUNA.COM**  
PNU News Agency



نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی  
رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی محض و کاربردی ۰۴۷

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۴. نشان دهید که سری مثلثاتی فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} -1 & ; -\pi < x < 0 \\ 1 & ; 0 < x \leq \pi \end{cases}$  با دوره تناوب  $2\pi$  برابر است با:

$$f(x) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin((2n-1)x)}{2n-1}$$

۵. معادله دیفرانسیل  $4z_{xx} - 4z_{xy} + 5z_{yy} = 0$  را دسته بندی کنید و معادلات شاخص آن را بدست آورید.