

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۱  
رشته تحصیلی / کد درس: آموزش ریاضی : ۱۱۱۱۲۸۶ - آ  
ریاضی محض و کاربردی و جبرانی ارشد: ۱۱۱۰۳۸  
کد سری سؤال: یک (۱)  
استفاده از: مجاز است.

امام خمینی (ره). این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید  $A \subseteq R$  و  $a$  عددی حقیقی باشد به طوری که  $a = \sup A$ . در اینصورت:

- الف.  $a \in A$  است و به ازای هر  $\mathcal{E}$  عضوی از  $A$  مانند  $x$  موجود است که  $x > a - \mathcal{E}$ .  
ب.  $a$  یک کران بالای  $A$  است و به ازای هر  $\mathcal{E} > 0$  عضوی از  $A$  مانند  $x$  موجود است که  $x > a - \mathcal{E}$ .  
ج.  $a$  یک کران پائین  $A$  است و به ازای هر  $\mathcal{E} > 0$  عضوی از  $A$  مانند  $x$  موجود است که  $x > a - \mathcal{E}$ .  
د.  $a$  یک کران پائین  $A$  است و به ازای هر  $\mathcal{E} > 0$  عضوی از  $A$  مانند  $x$  موجود است که  $x < a - \mathcal{E}$ .

۲. کدام گزینه خاصیت ارشمیدسی اعداد حقیقی است؟

- الف. اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی و  $x > 0$ ، آنگاه عدد حقیقی  $n$  موجود است که  $nx > y$ .  
ب. اگر  $x$  و  $y$  دو عدد طبیعی و  $x > 0$ ، آنگاه عدد طبیعی  $n$  موجود است که  $nx > y$ .  
ج. اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی و  $x > 0$ ، آنگاه عدد طبیعی  $n$  موجود است که  $nx > y$ .  
د. اگر  $x$  و  $y$  دو عدد حقیقی و  $x > 0$ ، آنگاه عدد طبیعی  $n$  موجود است که  $nx < y$ .

۳. کدام گزینه صحیح است؟

- الف.  $N$  در  $Q$  چگال است.  
ب.  $R$  در  $Q$  چگال است.  
ج.  $Q$  در  $N$  چگال است.  
د.  $R$  در  $Q$  چگال است.

۴. کدام گزینه درست است؟

- الف. مجموعه دو عدد اصم همواره اصم است.  
ب. تفاضل دو عدد اصم همواره اصم است.  
ج. حاصلضرب یک عدد گویا در یک عدد اصم، اصم است.  
د. حاصلضرب دو عدد گویا اصم است.

۵. کدام گزینه درست است؟

- الف.  $R$  شمارش‌ناپذیر است.  
ب.  $Q$  شمارش‌ناپذیر است.  
ج.  $[0, 1]$  شمارش‌پذیر است.  
د.  $N$  شمارش‌ناپذیر است.

۶. کدام گزینه درست است؟

- الف. حد هر دنباله دلخواه از اعداد حقیقی موجود است.  
ب. حد هر دنباله کراندار از اعداد حقیقی موجود است.  
ج. حد بالای هر دنباله کراندار از اعداد حقیقی، عددی حقیقی است.  
د. حد بالای هر دنباله دلخواه از اعداد حقیقی، عددی حقیقی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
**PNUNA.COM**  
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۱  
رشته تحصیلی / کد درس: آموزش ریاضی : ۱۱۱۱۲۸۶ - آ  
ریاضی محض و کاربردی و جبرانی ارشد: ۱۱۱۰۳۸  
کد سری سؤال: یک (۱)  
استفاده از:

مجاز است.

۷. کدام گزینه درست است؟

ب.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \cos n = 0$

الف.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin n = 0$

د.  $\lim_{\bar{n} \rightarrow \infty} \cos n = 1$

ج.  $\lim_{\bar{n} \rightarrow \infty} \sin n = -1$

۸. اگر  $\{a_n\}$  نزولی و نامنفی باشد آنگاه  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  همگراست اگر و فقط اگر:

ب.  $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k a_{2^k}$  همگرا باشد.

الف.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  نامنفی باشد.

د.  $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k a_k$  واگرا باشد.

ج.  $\sum_{n=0}^{\infty} 2^n a_n$  همگرا باشد.

۹. کدام گزاره درست است؟

الف. اشتراک هر خانواده از مجموعه‌های باز، باز است.

ب. اجتماع هر خانواده از مجموعه‌های بسته، بسته است.

ج. اجتماع هر خانواده از مجموعه‌های بسته، باز است.

د. اجتماع هر خانواده از مجموعه‌های باز، باز است.

۱۰. در هر فضای متریک فشرده  $M$ :

الف. هر زیر مجموعه دلخواه  $E$  از  $M$  دارای یک نقطه انباشتگی در  $M$  است.

ب. هر زیر مجموعه متناهی  $E$  از  $M$  دارای یک نقطه انباشتگی در  $M$  است.

ج. هر زیر مجموعه نامتناهی  $E$  از  $M$  دارای یک نقطه انباشتگی در  $M$  است.

د. هر زیر مجموعه فشرده  $E$  از  $M$  دارای یک نقطه انباشتگی در  $M$  است.

۱۱. کدام مجموعه در هر فضای متریک فشرده است؟

ب. مجموعه کراندار

الف. مجموعه شمارش‌پذیر

د. مجموعه بسته و کراندار

ج. مجموعه متناهی

۱۲. کدام گزینه درست است؟

ب.  $Q$  در  $R$  باز است.

الف.  $Q$  در  $R$  بسته است.

د.  $Q$  هیچ نقطه درونی ندارد.

ج. تمام نقاط  $Q$  درونی است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۱  
رشته تحصیلی / کد درس: آموزش ریاضی: ۱۱۱۱۲۸۶ - آ  
ریاضی محض و کاربردی و جبرانی ارشد: ۱۱۱۰۳۸  
کد سری سؤال: یک (۱)  
استفاده از:

مجاز است.

۱۳. در مورد دنباله  $\left\{ \frac{1}{n} \right\}$  کدام جمله درست است؟

- الف. این دنباله همواره همگراست.  
ب. تمام زیر دنباله‌های این دنباله همگراست.  
ج. این دنباله در  $(0, 1]$  همگرا نیست.  
د. این دنباله در  $[0, 1]$  همگرا نیست.

۱۴. تابع دیریکله  $f(x) = \begin{cases} 0 & x \in Q \\ 1 & x \notin Q \end{cases}$  در چه نقاطی حد دارد؟

- الف. در نقاط گویا  
ب. در تمام نقاط حقیقی  
ج. در نقاط اصم  
د. در هیچ نقطه‌ای حد ندارد.

۱۵. تابع  $f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ 1-x & x \notin Q \end{cases}$  در چه نقاطی پیوسته است؟

- الف. در تمام نقاط گویا  
ب. در تمام نقاط اصم  
ج. فقط در  $x = \frac{1}{2}$   
د. فقط در  $x = 0$

۱۶. هر گاه  $f$  بر  $(a, b)$  صعودی باشد آنگاه:

- الف. مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  بر  $(a, b)$  تهی است.  
ب. مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  بر  $(a, b)$  متناهی یا شمارش پذیر است.  
ج. مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  بر هر بازه‌ای متناهی است.  
د. مجموعه نقاط ناپیوستگی  $f$  بر هر بازه‌ای شمارش پذیر است.

۱۷. تابع  $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$

- الف. در  $x = 0$  مشتق پذیر است و  $f'(0) = 0$   
ب. در  $x = 0$  مشتق پذیر است و  $f'(0) = 1$   
ج. در  $x = 0$  مشتق پذیر نیست.  
د. در  $x = 0$  مشتق پذیر است و  $f'(0) = -1$

۱۸. کدام گزینه درست است؟

- الف. هرگاه  $f$  در  $x = a$  پیوسته باشد آنگاه در این نقطه مشتق پذیر است.  
ب. هرگاه  $f$  در  $x = a$  مشتق پذیر باشد آنگاه در این نقطه پیوسته است.  
ج.  $f$  ممکن است در نقطه‌ای مشتق پذیر باشد ولی پیوسته نباشد.  
د.  $f$  ممکن است در نقطه‌ای پیوسته نباشد ولی مشتق پذیر باشد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: آنالیز ریاضی ۱  
رشته تحصیلی / کد درس: آموزش ریاضی : ۱۱۱۱۲۸۶ - آ  
ریاضی محض و کاربردی و جبرانی ارشد: ۱۱۱۰۳۸  
کد سری سؤال: یک (۱)  
استفاده از:

مجاز است.

۱۹. کدام گزینه درست است؟

- الف. هر گاه  $f$  در نقطه‌ای مشتق‌پذیر باشد حتماً ماکسیمم و مینیمم دارد.  
ب. هرگاه  $f$  در نقطه‌ای ماکسیمم موضعی داشته، حتماً مشتق دارد و مشتق آن برابر صفر است.  
ج. هرگاه  $f$  در نقطه‌ای مینیمم موضعی داشته باشد، حتماً مشتق دارد و مشتق آن برابر صفر است.  
د. هرگاه  $f$  در نقطه‌ای ماکسیمم موضعی داشته و در این نقطه مشتق‌پذیر هم باشد، آنگاه مشتق آن برابر صفر است.

۲۰. کدام گزینه بر  $[a, b]$  درست است؟

- الف. هرگاه  $f$  مشتق‌پذیر باشد آنگاه  $f'$  نیز مشتق‌پذیر است.  
ب. هرگاه  $f$  مشتق‌پذیر باشد آنگاه  $f'$  نیز پیوسته است.  
ج. هرگاه  $f$  مشتق‌پذیر باشد آنگاه  $f'$  دارای ناپیوستگی ساده است.  
د. هرگاه  $f$  مشتق‌پذیر باشد آنگاه  $f'$  دارای ناپیوستگی ساده نیست.

سوالات تشریحی

\* بارم هر سوال ۲ نمره است.

۱. فرض کنید  $\{r_n\}$  دنباله اعداد گویای بازه  $(0, 1)$  باشد. حد بالا و پایین این دنباله را بدست آورید. (دلیل ادعای خود را نیز بیان نمایید).

۲. نشان دهید که دنباله  $\left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \right\}$  همگرا به  $e$  است.

۳. فرض کنید  $M$  یک فضای متریک و  $A \subseteq M$  همبند باشد. ثابت کنید  $\bar{A}$  نیز همبند است.

۴. نشان دهید هر زیر مجموعه کراندار  $R$  که نامتناهی است، حداقل یک نقطه انباشتگی دارد.

۵. فرض کنید  $(X, d_X), (Y, d_Y)$  دو فضای متریک باشند و  $f$  تابعی از  $X$  به  $Y$  باشد. اگر  $F \subseteq X$  فشرده و  $f$  بر  $F$  پیوسته باشد آنگاه ثابت کنید  $f$  بر  $F$  پیوسته یکنواخت است.