

تعداد سوالات: سنتی: ۲۰ تشریحی: ۶  
 زمان آزمون (دقیقه): سنتی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری

**PNUNA.COM**  
PNU News Agency

مجاز است.

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱  
 رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۷۰۲۹)

استفاده از:

کد سوی سوال: یک (۱)

امام خمینی (ره): این محروم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

$$X = \begin{cases} A & \text{باشد آنگاه واریانس } X \text{ است؟} \\ 0 & \text{باشد آنگاه واریانس } X \text{ نداهد.} \end{cases}$$

۱.  $P(A)(1 - P(A))$

۲.  $P^r(A)$

۳.  $P(A)$

۴. صفر

۵. در فرآیند،  $\{X_t; t \geq 0\}$ ،  $t > s$ ،  $X_t$  نمو فرآیند کدام است؟

$$\frac{X_t}{X_s}$$

$$X_t + X_s$$

$$X_s + X_t$$

$$X_t - X_s$$

$$\text{الف. صفر}$$

۶. تابع همبستگی فرآیند پواسن کدام است؟  $(C_{t,s})$

$$\lambda \min\{t; s\}$$

$$\lambda \max\{t; s\}$$

$$\lambda \left\{ \frac{t+s}{2} \right\}$$

$$\lambda$$

۷. فرض کنید  $X$  دارای توزیع نمایی با پارامتر  $\lambda$  باشد در این صورت  $P(X > t + s | X > t)$  کدام است؟

$$P(X > t)$$

$$P(X > t + s)$$

$$P(X < t + s)$$

$$P(X > s)$$

۸. اگر  $X$  و  $Y$  مستقل باشند آنگاه  $M_{X-Y}(t)$  کدام است؟

$$M_X(t) + M_{-Y}(t)$$

$$M_X(t).M_Y(t)$$

$$M_X(t) - M_Y(t)$$

$$M_X(t).M_Y(-t)$$

۹. اگر  $Y$  باشد آنگاه مقدار  $E(X|Y) = Y$  باشد آنگاه مقدار  $cov(X, Y)$  کدام است؟

$$var(X)$$

$$var(Y)$$

$$var$$

$$\text{الف. صفر}$$

۱۰. تابع مولد احتمال متغیر تصادفی  $X$  عبارت است از  $\varphi(s) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}s + \frac{1}{4}s^3$  مقدار  $E(X)$  کدام است؟

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{4}$$

$$1$$

$$\frac{3}{4}$$

۱۱. کدام رابطه بین دو احتمال  $f_{xy}^{(n)}$  و  $P_{xy}^{(n)}$  برقرار است؟

$$f_{xy}^{(n)} = P_{xy}^{(n)}$$

$$f_{xy}^{(n)} \geq P_{xy}^{(n)}$$

$$P_{xy}^{(n)} \geq f_{xy}^{(n)}$$

$$f_{xy}^{(n)} \neq P_{xy}^{(n)}$$

۱۲. اگر  $x$  و  $y$  حالتایی از زنجیر مارکف  $\{X_n; n \geq 0\}$  باشند آنگاه  $E_X(N(y))$  کدام است؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_{xy}^{(n)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} P_{xx}^{(n)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_{xx}^{(n)}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} f_{xy}^{(n)}$$

تعداد سوالات: سنتی: ۲۰ تشریحی: ۶  
 زمان آزمون (دقیقه): سنتی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری

**PNU.COM**  
PNU News Agency

مجاز است.

نام درس: فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی / کد درس: آمار - آمار ریاضی (۱۱۷۰۲۹)

استفاده از:

کد سوال: یک (۱)

۱۰. فرض کنید  $E$ ، تعداد نوزادان هر فرد دارای توزیع هندسی ...، باشد احتمال انقراض در صورتی که  $q \leq p$  باشد کدام است؟

- |                  |                  |        |         |
|------------------|------------------|--------|---------|
| د. $\frac{p}{q}$ | ج. $\frac{q}{p}$ | ب. صفر | الف. یک |
|------------------|------------------|--------|---------|

۱۱. در زنجیر مارکف با مکان‌های  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  و با ماتریس احتمال انتقال زیر مقدار  $f_{ij}^{(n)}$  کدام گزینه است؟

$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	ب. $(\frac{2}{9}, \frac{2}{9})$	الف. $(\frac{5}{9}, \frac{3}{9})$
	د. $(\frac{2}{9}, \frac{5}{9})$	ج. $(\frac{5}{9}, \frac{5}{9})$

۱۲. فرض کنید  $\{X_n : n \geq 0\}$  زنجیری تحويل ناپذیر و بازگشتی مثبت باشد در این صورت کدامتابع توزیع مانا برای زنجیر تعريف می‌کند؟

- |                           |                    |                          |                             |
|---------------------------|--------------------|--------------------------|-----------------------------|
| د. $\sum_y P_{xy} P_{yx}$ | ج. $\frac{1}{m_x}$ | ب. $\sum_x P_{xy}^{(k)}$ | الف. $\sum_x \frac{1}{m_x}$ |
|---------------------------|--------------------|--------------------------|-----------------------------|

۱۳. حالت  $x$  را نادورهای گویند هرگاه دوره آن کدام باشد؟

- |              |              |              |                |
|--------------|--------------|--------------|----------------|
| د. $d_x > 1$ | ج. $d_x = 1$ | ب. $d_x = 2$ | الف. $d_x = 0$ |
|--------------|--------------|--------------|----------------|

۱۴. فرض کنید  $\{X_n : n \geq 0\}$  زنجیر مارکف باشد آنگاه  $P\{X_0 = x | X_1 = y, X_2 = z\}$  کدام است؟

- |                             |                               |
|-----------------------------|-------------------------------|
| ب. $P\{X_0 = x   X_2 = z\}$ | الف. $P\{X_0 = x   X_1 = z\}$ |
|-----------------------------|-------------------------------|

- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| د. $P\{X_0 = x   X_1 = y\}$ | ج. $P\{X_0 = x   X_1 = y\}$ |
|-----------------------------|-----------------------------|

۱۵. در فرآیند زاد و مرگ اگر  $\mu_x = 1, \lambda_x = 2$  باشد آنگاه  $Q_{x+1,x}$  کدام است؟

- |                  |                  |                  |                    |
|------------------|------------------|------------------|--------------------|
| د. $\frac{2}{3}$ | ج. $\frac{1}{2}$ | ب. $\frac{1}{3}$ | الف. $\frac{1}{4}$ |
|------------------|------------------|------------------|--------------------|

۱۶. حالت بازگشتی پوچ است هرگاه :

- |                                     |                   |                 |                     |
|-------------------------------------|-------------------|-----------------|---------------------|
| د. $\sum_y \pi(y) P_{xy}^{(x)} > 0$ | ج. $m_x = \infty$ | ب. $\pi(x) > 0$ | الف. $m_x < \infty$ |
|-------------------------------------|-------------------|-----------------|---------------------|

۱۷. اگر  $q_{xy}$  پارامترهای بینهایت کوچک باشند کدام گزینه نادرست است؟

- |                                     |                      |
|-------------------------------------|----------------------|
| ب. $x \neq y$ هرگاه $q_{xx} \geq 0$ | الف. $q_{xx} \leq 0$ |
|-------------------------------------|----------------------|

- |                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| د. $\sum_y q_{xy} = 0$ | ج. $\sum_x q_{xy} = 0$ |
|------------------------|------------------------|



۱۸. به ازای هر  $s$  و  $t$  نامنفی و  $x$  و  $y$  از فضای حالت مقدار  $P_{xy}(t+s)$  کدام است؟

ب.  $\sum_y P_{xz}(t).P_{zy}(s)$

الف.  $\sum_x P_{xz}(t).P_{zy}(s)$

د.  $\sum_z P_{xx}(t).P_{yy}(s)$

ج.  $\sum_z P_{xz}(t).P_{zy}(s)$

۱۹. شرط لازم و کافی برای آن که زنجیر زمان پیوسته دارای ویژگی مارکوف باشد زمانهای توقف باید دارای کدام توزیع باید باشد؟

د. نمایی

ج. هندسی

ب. پواسن

الف. نرمال

۲۰. در ورشکستگی قمارباز هرگاه فرد  $A$  با سرمایه  $a$  بهتر از رقیب ثروتمند خود (سرمایه بی‌نهایت) باز می‌کند با چه احتمالی خود را می‌تواند از ورشکستگی برهاند؟

ب.  $1 - \left(\frac{q}{p}\right)^a$

ج.  $\left(\frac{q}{p}\right)^a$

ب. یک

الف. صفر

### سوالات تشریحی

از ۶ سؤال فقط به ۵ سؤال پاسخ دهید.

بارم هر سؤال ۱/۴ نفره می‌باشد.

۱. نشان دهید که اگر دنباله پیشامدهای  $\{A_n\}$  نزولی باشد یعنی،  $\downarrow A_n$  آنگاه خواهیم داشت:  $P(\lim A_n) = \lim P(A_n)$
۲. مهره به شماره‌های از ۱ تا  $d$  و دو ظرف به شماره‌های  $I$  و  $II$  مفروض‌اند. در ابتدا  $x$  مهره در ظرف  $I$  و بقیه در ظرف  $II$  قرار دارند. هر بار شماره‌ای به تصادف از بین اعداد  $1, 2, \dots, d$  انتخاب و مهره نظیر پس از خروج از ظرف مربوطه را یکی از ظرفهای  $I$  و  $II$  به تصادف قرار می‌دهیم فرض کنید  $X_n$  تعداد مهره‌های موجود در ظرف  $I$  پس از  $n$  بار تکرار مستقل انتخاب بالا باشد ماتریس احتمال انتقال و گراف مسئله را رسم کنید.

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{d} & \frac{2}{d} & \cdots & \frac{d}{d} \\ \frac{1}{d} & \frac{1}{d} & \cdots & \frac{d-1}{d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{d-1}{d} & \frac{d-2}{d} & \cdots & \frac{1}{d} \\ \frac{d}{d} & \frac{d-1}{d} & \cdots & \frac{2}{d} \end{bmatrix}$$

۳. برای فضای حالت  $\{0, 1, 2\} = \mathcal{L}$  با ماتریس انتقال  $T$  را تعیین کنید.  
الف. عناصر  $A$  و  $T$  را تعیین کنید.  
ب. احتمالات جذب را بیابید.



۴. اگر  $\rho$  احتمال انقراض در فرآیند شاخه‌ای و  $\varphi(\rho)$  تابع مولد احتمال تعداد نوزادان هر فرد ( $E$ ) باشد  
الف. نشان دهید  $\rho$  در رابطه  $\rho = \varphi(\rho)$  صدق می‌کند.

ب.  $E$  دارای توزیع دوجمله‌ای با پارامتر  $n = 2$  و  $P$  که در آن  $1 < P < 0$  است. درباره احتمال انقراض بحث کنید.

$$5. \text{اگر پارامترهای بینهایت کوچک به صورت} \\ q_{xy} = \begin{cases} \lambda_x & y = x + 1 \\ \mu_x & y = x - 1 \end{cases}$$

الف.  $Q_{xy}$  و  $q_{xy}$  را محاسبه کنید.

ب. معادله پیشرو کلموگروف را بنویسید.

۶. در فرآیند تجدید مفاهیم ذیل را تعریف کنید.

الف. عمر باقیمانده

ب. عمر فعلی

ج. فرآیند تجدید با تأخیر