

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: آمار ریاضی ۲  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی (ع): این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f(x; \theta)$  که در آن  $x \geq \theta$  و  $f(x; \theta) = e^{-(x-\theta)}$  کدام گزینه کمیت محوری است؟

- الف.  $\sum X_i - \theta$   
ب.  $\frac{\min X_i}{\theta}$   
ج.  $\max X_i - \theta$   
د.  $\min X_i - \theta$

۲. از یک نمونه تصادفی به اندازه  $n$  از توزیع نرمال  $N(\mu, \sigma^2)$  به ازای  $a < b$  بازه تصادفی به صورت

$$\left[ \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2; \frac{1}{a} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \right]$$

ساخته شده است. امید ریاضی طول این بازه کدام است؟

- الف.  $\frac{\sigma^2}{nab} (b - a)$   
ب.  $\frac{n\sigma^2}{ab} (b - a)$   
ج.  $\frac{\sigma^2}{n} (b - a)$   
د.  $\sigma^2 (b - a)$

۳. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه‌ای تصادفی از چگالی  $x > 0$  و  $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$  در این صورت واریانس برآوردگر مجانبی  $\theta$  کدام است؟

- الف.  $\frac{n}{\theta^2}$   
ب.  $\frac{1}{\theta^2}$   
ج.  $\frac{\theta^2}{n}$   
د.  $\theta^2$

۴. فرض کنید  $X$  یک تک مشاهده از چگالی  $f(x; \theta) = \theta x^{\theta-1} I_{(0,1)}(x)$  باشد کمیت محوری کدام است؟

- الف.  $X$   
ب.  $\theta X$   
ج.  $\frac{X}{\theta}$   
د.  $X^\theta$

۵.  $X$  یک مشاهده از  $\theta e^{-\theta x}$  (که در آن  $\theta > 0$ ) می‌باشد اگر  $(X, 2X)$  یک بازه اطمینان برای  $\frac{1}{\theta}$  باشد ضریب اطمینان کدام است؟

- الف.  $e^{-1} - e^{-\frac{1}{2}}$   
ب.  $e^{-1} - e^{-\frac{1}{2}}$   
ج.  $e^{-1} - e^{-\frac{1}{2}}$   
د.  $e^{-1} - e^{-\frac{1}{2}}$

نام درس: آمار ریاضی ۲

رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری

PNUNA.COM  
PNU News Agency



استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

مجاز است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۶. فرض کنید  $X_1, X_2 \sim N(\theta, 1)$  *iid* باشند. در این صورت  $P[Y_1 < \theta < Y_2]$  کدام است؟

$$Y_2 = \max\{X_1, X_2\}, Y_1 = \min\{X_1, X_2\}$$

- الف.  $\frac{1}{4}$       ب.  $\frac{1}{2}$       ج.  $\frac{3}{4}$       د. ۱

۷. در سؤال قبل، طول مورد انتظار بازه  $(Y_1, Y_2)$  کدام است؟

- الف.  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$       ب.  $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$       ج.  $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$       د.  $\frac{\pi}{2}$

۸. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $f(x; \theta) = e^{-(x-\theta)}$ ;  $x \geq \theta$  باشد توزیع کمیت محوری کدام است؟

- الف. نرمال      ب. یکنواخت      ج. توزیع  $F$       د. کی دو

۹. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu, 4)$  پیشامد  $\bar{X} > 0.4$  را به عنوان ناحیه بحرانی آزمون

$$H_0: \mu = 0.4$$

$$H_1: \mu = 0.5$$

اختیار می‌کنیم مقدار خطای نوع اول کدام است؟

- الف. ۰/۱      ب. ۱      ج.  $\frac{1}{2}$       د. صفر

۱۰. مقدار خطای نوع دوم در آزمونی با تابع توان  $\pi(\theta)$  کدام است؟

- الف.  $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta)$       ب.  $\sup_{\theta \in \Theta_1} (1 - \pi(\theta))$   
ج.  $\sup_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$       د.  $\sup_{\theta \in \Theta_0} (1 - \pi(\theta))$

۱۱. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(0, \theta)$  باشد کدام آماره دارای خاصیت (نسبت درستی‌نمایی یکنوا)  $MLR$  می‌باشد؟

- الف.  $\sum_{i=1}^n X_i$       ب.  $(\sum_{i=1}^n X_i)^2$       ج.  $\sum_{i=1}^n X_i^2$       د.  $\sum_{i=1}^n mX_i$

PNUNA.COM :: خبرگزاری دانشجویان پیام نور

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰



نام درس: آمار ریاضی ۲  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۲. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$  ناحیه بحرانی پرتوانترین آزمون به طور یکنواخت برای

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \theta \leq 1 \\ H_1: \theta > 1 \end{array} \right.$$

کدام است؟

الف.  $\sum_{i=1}^n X_i < k$     ب.  $\sum_{i=1}^n X_i > k$     ج.  $\sum_{i=1}^n mX_i < k$     د.  $\sum_{i=1}^n mX_i > k$

۱۳. آزمون فرض  $\left\{ \begin{array}{l} H_0: \theta \in \Theta_0 \\ H_1: \theta \in \Theta_1 \end{array} \right.$  را ناریب گوئیم اگر و فقط اگر:

الف.  $\inf_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$     ب.  $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi_T(\theta) \leq \inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$

ج.  $\sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta) \leq \sup_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta)$     د.  $\inf_{\theta \in \Theta_1} \pi(\theta) \leq \sup_{\theta \in \Theta_0} \pi(\theta)$

۱۴. توزیع مجانبی نسبت درستنمایی تعمیم یافته کدام است؟

الف. نرمال    ب. تی    ج. نمایی    د. کی دو

۱۵.  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim N(\mu, 1)$  برای کدام فرضها پرتوانترین آزمون به طور یکنواخت وجود ندارد؟

الف.  $\mu = 0$  در برابر  $\mu \neq 1$     ب.  $\mu = 0$  در برابر  $\mu > 1$

ج.  $\mu = 0$  در برابر  $\mu = 1$     د.  $\mu = 0$  در برابر  $\mu < 1$

۱۶. فرض کنید  $X \sim bin(5, \theta)$  براساس یک مشاهده اندازه آزمون  $\left\{ \begin{array}{l} H_0: \theta = \frac{1}{2} \\ H_1: \theta \neq \frac{1}{2} \end{array} \right.$  با ناحیه بحرانی  $C = \{0, 5\}$  کدام

است؟

الف.  $0/04$     ب.  $0/08$     ج.  $1/16$     د.  $1/32$

PNUNA.COM :: خبرگزاری دانشجویان پیام نور

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
خبرگزاری دانشجویان  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: آمار ریاضی ۲  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۷. برای آزمون  $\left\{ \begin{array}{l} H_0 : f_0(x) = e^{-x} \quad x > 0 \\ H_1 : f_1(x) = 2e^{-2x} \quad x > 0 \end{array} \right.$  تواناترین آزمون در سطح  $\alpha$  کدام است؟

الف.  $x < m(1 - \alpha)$       ب.  $x > m \frac{1}{1 - \alpha}$

ج.  $x < m \frac{1}{1 - \alpha}$       د.  $x > m(1 - \alpha)$

۱۸. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f(x; \theta)$  که در آن  $0 < x < 1, \theta > 0$   $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} x^{\frac{1-\theta}{\theta}}$  کدام آماره دارای

خاصیت نسبت درستمایی است؟

الف.  $\prod_{i=1}^n X_i$       ب.  $\sum_{i=1}^n X_i$       ج.  $\sum_{i=1}^n \ln X_i$       د.  $\prod_{i=1}^n \ln X_i$

۱۹. در مدل آماری خطی کوواریانس  $\hat{\beta}_0$  و  $\hat{\beta}_1$  کدام است؟

الف.  $\frac{\sigma^2}{n}$       ب.  $\frac{\sigma^2}{n} \sum X_i^2$   
ج.  $\frac{\sigma^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2}$       د.  $\frac{\sigma^2}{n \sum (X_i - \bar{X})^2}$

۲۰. در مدل آماری خطی حالت  $A$ ،  $\frac{\hat{\sigma}^2}{\sigma^2}$  دارای کدام توزیع است؟

الف. نرمال      ب. کی دو      ج.  $t$  استودنت      د.  $F$  فیشر

خبرگزاری دانشجویان پیام نور :: PNUNA.COM

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: آمار ریاضی ۲  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۳۳) - آمار ریاضی

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۶ نمره می باشد.

۱. نمونه گیری از توزیع برنولی با پارامتر  $\theta = P(X=1) = 1 - P(X=0)$  را در نظر بگیرید یک بازه اطمینان  $100\%$  درصد تقریبی بزرگ نمونه ای برای  $\theta$  بیابید.

۲. ناحیه اطمینان مشترک برای میانگین و واریانس یک توزیع نرمال را با رسم شکل و ارائه محاسبات لازم بیابید.

۳. فرض کنید که  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه  $(\theta, \theta+1)$  باشد در آزمون

$$H_0: \theta \leq 1$$

$$H_1: \theta > 1$$

فرض  $H_0$  رد می شود هرگاه  $Y_n \geq 1$  یا  $Y_1 \geq K$  که در آن  $K$  ثابت و  $Y_1$  و  $Y_n$  به ترتیب کوچکترین و بزرگترین آماره های مرتب اند.

الف.  $K$  را چنان تعیین کنید که اندازه آزمون  $\alpha$  شود.

ب. تابع توان آزمون را بیابید.

۴. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f_X(x; \theta)$  که در آن  $f(x; \theta) = \theta^x x e^{-\theta x} I_{(0, \infty)}(x)$  آیا تواناترین آزمون به

طور یکنواخت به اندازه  $\alpha$  برای آزمون

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \theta \leq 1 \\ H_1: \theta > 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} H_0: \theta \leq 1 \\ H_1: \theta > 1 \end{array} \right.$$

وجود دارد؟ در صورت پاسخ مثبت، این آزمون چیست؟

۵. مدل آماری خطی را شرح دهید. حالات نوع  $A$  و  $B$  را مشخص نمایید.