

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
PNUNA.COM  
PNU News Agency



نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

امام خمینی<sup>(ع)</sup>: این محرم و صفر است که اسلام را زنده نگه داشته است.

۱.  $X_1$  و  $X_2$  مؤلفه‌های مستقل بردار  $X$  را در نظر بگیرید و فرض کنید  $Y = X_1 + X_2$  و  $Y_2 = X_1 - X_2$  آنگاه قدرمطلق ژاکوبی تبدیل برابر است با:

الف.  $\frac{1}{2}$  ب. ۱ ج. -۱ د. صفر

۲.  $M_X(t) = (I - tt')$  آنگاه تابع مولد  $Y = AX + b$  کدام است؟

الف.  $M_Y(t) = |I - tAA't'|^{-\frac{n}{2}}$  ب.  $M_Y(t) = e^{t'b} |I - A'tt'A|^{-\frac{n}{2}}$

ج.  $M_Y(t) = e^{\frac{n}{2}t'b} |I - tAA't'|^{-\frac{n}{2}}$  د. باید روی ماتریس  $A$  بحث شود.

۳. برای ماتریس کوواریانس نمونه‌ای  $S_n$  کدام رابطه صحیح است؟

الف.  $E(S_n) = (n - \frac{1}{n})\Sigma$  ب.  $E(S_n) = \frac{n}{n-1}\Sigma$

ج.  $E(S_n) = \frac{1}{n-1}\Sigma$  د.  $E(S_n) = \Sigma$

۴. فرض کنید  $Y = X_1 + 2X_2 + 3X_3$  یا  $E_{X_i} = \mu_i$  و  $\Sigma_X = [\sigma_{ij}]$  آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $E(Y) = \mu_1 + 2\mu_2 + 3\mu_3$

ب.  $var(Y) = \sigma_{11} + 9\sigma_{33} + 6\sigma_{13} + 12\sigma_{23}$

ج.  $E(Y - 3(X_3 - \mu_3)) = \mu_1 + 2\mu_2 + 3\mu_3$

د.  $var(6 - Y) = \sigma_{11} + 4\sigma_{22} + 9\sigma_{33} + 4\sigma_{12} + 6\sigma_{13} + 12\sigma_{23}$

۵. اگر  $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \sim N_2 \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix}$  و  $\sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$  باشد توزیع  $\begin{pmatrix} X_1 + X_2 \\ X_1 - X_2 \end{pmatrix}$  کدام است؟

الف.  $N_2 \begin{pmatrix} \mu_1 - \mu_2 \\ \mu_1 + \mu_2 \end{pmatrix}$  و  $\sigma^2 \begin{pmatrix} 1 - \rho & 0 \\ 0 & 1 - \rho \end{pmatrix}$  ب.  $N_2 \begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 \\ \mu_1 - \mu_2 \end{pmatrix}$  و  $\sigma^2 \begin{pmatrix} 1 + \rho \\ 1 - \rho \end{pmatrix}$

ج.  $N_2 \begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 \\ \mu_1 - \mu_2 \end{pmatrix}$  و  $\sigma^2 \begin{pmatrix} 1 + \rho & 0 \\ 0 & 1 - \rho \end{pmatrix}$  د.  $N_2 \begin{pmatrix} \mu_1 + \mu_2 \\ 0 \end{pmatrix}$  و  $\sigma^2 (1 - \rho)I_2$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
دانشجویان  
خبرگزاری  
**PNUNA.COM**  
PNU News Agency

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۶. فرض کنید  $X \sim N_3(\mu, \Sigma)$  و  $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$  آنگاه کدامیک از متغیرها از هم مستقل نیستند؟

الف.  $X_1$  و  $X_3$       ب.  $X_2$  و  $X_3$       ج.  $X_1$  و  $X_2$       د.  $(X_1 X_2)'$  و  $X_3$

۷.  $X \sim N_4(\mu, \Sigma)$  با بردار میانگین  $\mu = (1 \ 3 \ 2 \ 1)'$  و با ماتریس کوواریانس  $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  است.

میانگین توزیع شرطی  $X_1 = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_3 \end{pmatrix}$  به شرط  $X_2 = \begin{pmatrix} X_2 \\ X_4 \end{pmatrix}$  کدام گزینه است؟

الف.  $\begin{pmatrix} \frac{X_4}{2} + \frac{X_2}{3} + \frac{3}{2} \\ 4 + \frac{3}{2} X_2 \end{pmatrix}$       ب.  $\begin{pmatrix} \frac{X_4}{2} - \frac{X_2}{3} + \frac{3}{2} \\ 4 - \frac{2}{3} X_2 \end{pmatrix}$

ج.  $\begin{pmatrix} \frac{X_4}{2} + \frac{X_2}{3} \\ \frac{2}{3} X_2 \end{pmatrix}$       د.  $\begin{pmatrix} \frac{X_4}{2} - \frac{X_2}{3} + \frac{7}{2} \\ 8 - \frac{2}{5} X_2 \end{pmatrix}$

۸. مطابق اطلاعات سؤال ۷، ماتریس کوواریانس شرطی مورد نظر کدام است؟

الف.  $\begin{pmatrix} \frac{21}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{11}{5} \end{pmatrix}$       ب.  $\begin{pmatrix} \frac{19}{6} & -\frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{13}{3} \end{pmatrix}$       ج.  $\begin{pmatrix} \frac{19}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{11}{3} \end{pmatrix}$       د.  $\begin{pmatrix} \frac{23}{6} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{11}{3} \end{pmatrix}$

۹. با توجه به اطلاعات سؤال ۷، مقدار  $E(X_1 X_3 | X_2 = X_4 = 0)$  برابر است با:

الف. صفر      ب. -۱      ج.  $\frac{19}{3}$       د.  $\frac{16}{3}$

۱۰. اگر  $X \sim N_1(\mu, I_1)$  و  $A$  یک ماتریس خود توان با رتبه ۵ باشد آنگاه  $\frac{X'(I-A)}{X'AX}$  چه توزیعی خواهد بود؟

الف. کای اسکور      ب.  $t$       ج.  $F$       د. ویشارت

PNUNA.COM :: خبرگزاری دانشجویان پیام نور

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰



نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۱. اگر  $X \sim N_p(0, \sigma^2 I_p)$  آنگاه  $\frac{1}{\sigma^2} X'X$  دارای چه توزیعی است؟

الف. کای اسکور با یک درجه آزادی

ب. ویشارت با  $p$  درجه آزادی

ج. کای اسکور با  $p$  درجه آزادی

د. ویشارت با یک درجه آزادی

۱۲.  $X_1, \dots, X_n$  نمونه تصادفی از  $N_p(\mu L, \Sigma)$  است. توزیع  $\frac{L'X}{L'L}$  کدام گزینه است؟

الف.  $N_p(\mu, \frac{L'\Sigma L}{np^2})$

ب.  $W_n(\frac{1}{n}\Sigma)$

ج.  $\chi_p^2, \frac{L'\Sigma^{-1}L}{np}$

د.  $N_p(\mu L, \frac{L'\Sigma L}{n})$

۱۳. اگر  $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$  باشد آنگاه مقدار  $E(X'AX)$  کدام است؟

الف.  $E(tr(XX'A))$

ب.  $\mu A \mu$

ج.  $tr \Sigma A + \mu' A \mu$

د. الف و ج

فهرست دروس دانشجویان پیام نور :: PNUNA.COM

۱۴. اگر ماتریس کوواریانس نمونه  $S = \begin{bmatrix} 7/82 & 7/93 & 7/98 \\ 7/93 & 9/38 & 8/87 \\ 7/98 & 8/87 & 9/79 \end{bmatrix}$  باشد برآورد درست‌نمایی ماکسیمم  $\rho$  و  $\sigma^2$  کدام گزینه است؟

الف.  $\hat{\rho} = 0/88 \quad \hat{\sigma}^2 = 9$

ب.  $\hat{\rho} = 0/918 \quad \hat{\sigma}^2 = 9$

ج.  $\hat{\rho} = 0/2 \quad \hat{\sigma}^2 = 9$

د.  $\hat{\rho} = 9 \quad \hat{\sigma}^2 = 0/918$

۱۵. اندازه وابستگی دو مجموعه از متغیرهای تصادفی ..... است.

الف. همبستگی جزئی

ب. همبستگی چندگانه

ج. همبستگی متعارف

د. همبستگی ساده

۱۶. برآورد درست‌نمایی ماکسیمم  $\rho$  تحت مدل کوواریانس بین طبقه‌ای عبارت است از:

الف.  $\frac{L'SL - tr S}{(\rho - 1)tr S'}$

ب.  $\frac{L'SL + tr S}{(\rho - 1)tr S}$

ج.  $\frac{L'SL - tr S'}{\rho tr S'}$

د.  $\frac{L'SL}{1 - (\rho - 1)\rho}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰



نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

۱۷. طول بازه‌های اطمینان ..... از طول بازه‌های اطمینان ..... است.

الف.  $T^2$  - بون فرونی کوتاه‌تر      ب. بون فرونی  $T^2$  - کوتاه‌تر

ج. بون فرونی  $T^2$  - بلندتر      د. بون فرونی - همزمان بلندتر

۱۸. در آزمون  $H_0: \Sigma = S$  چند پارامتر به طور همزمان مورد آزمون قرار می‌گیرد؟

الف.  $\frac{P(P-1)}{2}$       ب.  $\frac{P(P+1)}{2}$       ج.  $P^2$       د.  $(P-1)^2$

۱۹. در مباحث مؤلفه‌های اصلی مقدار  $tr \Sigma$  با کدام کمیت برابر نیست؟  $(e' = (1, 1, \dots, 1))$  و  $(D_\lambda = diag(\lambda_1, \dots, \lambda_p))$

الف.  $\sum_{i=1}^p \sigma_{ii}$       ب.  $\sum_{i=1}^p \lambda_i$       ج.  $e' \Sigma e$       د.  $e' D_\lambda e$

۲۰. در روش رده‌بندی، احتمال رده بندی غلط یک فرد جمعیت  $\prod_1$  در  $\prod_2$  برابر است با:

الف.  $P(L(X_0) < K | X_0 \in \prod_1)$       ب.  $P(L(X_0) > K | X_0 \in \prod_2)$

ج.  $P(L(X_0) > K | X_0 \in \prod_1)$       د.  $P(L(X_0) < K | X_0 \in \prod_2)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵  
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

پیام نور  
خبرگزاری دانشجویان  
PNUNA.COM  
PNU News Agency

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته  
رشته تحصیلی / کد درس: آمار (۱۱۱۷۰۴۹)

مجاز است.

استفاده از:

کد سری سؤال: یک (۱)

سوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۱/۶ نمره می باشد.

۱. اگر  $X \sim N_p(\mu, \sigma^2 I_p)$  باشد تحت چه شرایطی مؤلفه های بردار تصادفی  $Y = \begin{pmatrix} a'X \\ b'X \end{pmatrix}$  از یکدیگر مستقل خواهند شد. که

در آن  $a$  و  $b$  بردارهایی با مؤلفه های اعداد ثابت است.

۲. ثابت کنید اگر  $X \sim N_p(\mu, I_p)$  آنگاه  $X'A_1X$  و  $X'A_2X$  مستقل هستند اگر و تنها اگر  $A_1A_2 = 0$

۳. اگر ماتریس کوواریانس  $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & e & e^2 & e^3 \\ & 1 & e & e^2 \\ & & 1 & e \\ & & & 1 \end{pmatrix}$  باشد مقدار  $\rho_{12,34}$  را به دست آورید.

۴. ناحیه بحرانی در آزمون  $H_0: \mu = \mu_0$  با  $\Sigma$  معلوم را تعیین کنید.

۵. هدف اصلی از روش مؤلفه های اصلی را به طور خلاصه توضیح دهید و ثابت کنید ضریب همبستگی بین مؤلفه های اصلی و اولیه عبارت است از:

$$e_{Y_i, X_k} = \frac{e_{ki} \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sigma_{kk}}} \quad i, k = 1, 2, \dots, P$$