



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱. کدام گزینه نادرست است؟ ( $A$  ماتریسی  $n \times n$  است)

الف. اگر  $A$  حاصلضرب ماتریس‌های مقدماتی باشد، آنگاه  $A$  معکوس پذیر است

ب. اگر  $|\lambda| < 1$  ( $\lambda$  یک مقدار ویژه  $A$  است) آنگاه  $A$  وارون پذیر است

ج. اگر  $A$  معین مثبت باشد، آنگاه  $A$  معکوس پذیر است

د. اگر  $AX = 0$  دارای جواب منحصر بفرد  $X = 0$  آنگاه  $A$  معکوس پذیر است

۲. فرض کنید  $X = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$   $X$  مطلوب است  $\|X\|_1 - \|X\|_2 \times \|X\|_\infty$

الف.  $7 - 2\sqrt{15}$  ب.  $1 - 3\sqrt{15}$  ج.  $7 - 3\sqrt{15}$  د.  $1 - 2\sqrt{15}$

۳. کدام گزاره صحیح است؟ ( $I, B, A$  ماتریس‌هایی  $n \times n$  می‌باشند)

الف. اگر  $\|AB - I\| < 1$  آنگاه  $\|BA - I\| < 1$

ب.  $\|B\| < \|A\| = 1$  آنگاه  $A - B$  معکوس پذیر است

ج. اگر  $A$  معکوس پذیر باشد آنگاه برای هر  $B$ :  $\|B - A^{-1}\| \geq \frac{\|I - AB\|}{\|A\|}$

د. همه موارد

۴. اگر  $\|I - AB\| < 1$  آنگاه کدامیک نادرست است؟ ( $I, B, A$  ماتریس‌هایی  $n \times n$  می‌باشند)

الف.  $A^{-1} = B \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k$  ب.  $B^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k A$

ج.  $A^{-1}B^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k$  د.  $B^{-1}A^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} (I - AB)^k$

۵. کدام گزینه نادرست است؟

الف. هر ماتریس مربعی با یک ماتریس قطری متشابه است

ب. ماتریس‌های متشابه دارای مقادیر ویژه یکسانی هستند

ج. مقادیر ویژه ماتریس‌های بالا مثلثی، عناصر روی قطر اصلی آنهاست

د. مقادیر ویژه ماتریس‌های پایین مثلثی، عناصر روی قطر اصلی آنهاست



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/ کد درس: علوم کامپیوتر (سنتی - تجمیع) ۱۱۱۱۱۰۵

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۶. کدامیک از ماتریس‌های زیر مقدماتی نیست؟

الف.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  ب.  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  ج.  $\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  د.  $\begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

۷. کدام گزینه صحیح است؟  $(A_{m \times n})$

الف.  $A^* A$  ماتریس هرمیتی است

ب.  $A^* A$  دارای مقادیر ویژه نامنفی است

ج.  $A^* A$  نیمه معین مثبت است

د. تمام موارد صحیح است

۸. اگر برای بدست آوردن تجزیه  $LU$  ماتریس  $A$  از روش محورگیری کامل استفاده کنیم، در گام اول عنصر محوری کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 6 & 2 & 1 \\ 12 & -8 & 4 & 10 \\ 1 & 11 & -13 & 15 \\ 8 & 7 & 6 & 18 \end{bmatrix}$$

الف. ۶ ب. ۴ ج. ۱۸ د. ۱۲

۹. فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  مطلوبست  $\|A\|_\infty + \|A\|_F$

الف. ۲ ب. -۲ ج. ۴ د. -۴

۱۰. کدام عبارت نادرست است؟

الف.  $\|x\|_p \leq \|x\|_1$  ب.  $\|x\|_1 \leq n \|x\|_\infty$   
ج.  $\|x\|_\infty \leq \|x\|_1$  د.  $\sqrt{n} \|x\|_\infty \leq \|x\|_p$



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۱. کدام گزاره نادرست است؟  $(A, B)$  ماتریسهای  $n \times n$  می باشند

الف. اگر همه  $n$  کهاد اصلی پیشرو  $A$  نامنفرد باشد آنگاه:  $A$  یک تجزیه منحصر به فرد  $LU$  دارد

ب. روی حذفی گوس بدون محورگیری، اکیداً غالب قطری بودن ماتریس را حفظ می کند

ج. اگر  $\|A\| < 1$  آنگاه:  $I - A$  معکوس پذیر است

د. اگر  $\|I - AB\| < 1$  آنگاه:  $A, B$  معکوس پذیرند

۱۲. کدام گزاره صحیح است؟ ( $A$  ماتریس  $n \times n$  می باشد)

الف. اگر  $\lambda$  یک مقدار ویژه  $A$  باشد آنگاه:  $P_n(\lambda)$  یک مقدار ویژه  $P_n(A)$  است. ( $P_n$  یک چند جمله ای است)

ب. اگر  $\lambda = 0$  یک مقدار ویژه  $A$  باشد آنگاه:  $\rho_n(A) < 1$

ج. اگر  $0 < \rho(A) < 1$  آنگاه مقادیر ویژه  $A$  در بازه  $[0, 1]$  می باشند

د.  $\rho(AA^T) = \|A\|_p$

۱۳. با استفاده از نرم ماتریسی  $\|\cdot\|_\infty$  عدد وضعیت  $A = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$  را محاسبه کنید.

د. ۳۴۲

ج. ۱۷۱

ب. ۳۸

الف. ۱۹

۱۴. فرض کنید  $X^{(k+1)} = GX^{(k)} + C$  دنباله همگرا به جواب واقعی  $Ax = b$  در روش ژاکوبی می باشد  $G$  کدام است؟

الف.  $-(L+U)D^{-1}$

ب.  $D^{-1}(L+U)$

د. هیچکدام

ج.  $-(L+D)^{-1}U$

( $U, L, D$  به ترتیب ماتریسهای قطری، پایین مثلثی اکید و بالا مثلثی اکید حاصل از  $A_{p \times p}$  است)

۱۵. کدام گزینه نادرست است؟  $A_{n \times n}$ ،  $\lambda \in R$ ،  $\lambda \neq 0$

ب.  $\|AB\| \leq \|A\| \|B\|$

الف.  $\|\lambda A\| = |\lambda| \|A\|$

د.  $k(\lambda A) = \lambda k(A)$

ج.  $\|A+B\| \leq \|A\| + \|B\|$

۱۶. کدامیک از مجموعه های زیر یک پایه برای  $R^3$  است؟

ب.  $\{(1, 3, 4), (-1, -3, -4), (1, -9, -2)\}$

الف.  $\{(6, 3, 1), (2, 1, 0), (7, 3, 1)\}$

د.  $\{(1, 2, 3), (4, 2, 1)\}$

ج.  $\{(0, 0, 0), (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۷. کدامیک از ماتریس‌های زیر به ازای هر بردار اولیه‌ای در روش گاوس - سایید همگراست؟

$$\begin{bmatrix} -7 & 0 & 2 \\ -3 & -6 & 1 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix} \text{ ب.}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ -2 & 3 & 5 \end{bmatrix} \text{ الف.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -1 & 2 & -4 \\ -5 & -2 & 7 \end{bmatrix} \text{ د.}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ ج.}$$

۱۸. بانوجه به قرص‌های گرشگورین مقادیر ویژه ماتریس  $A$  در کدام نامساوی زیر صدق می‌کند؟

$$A = \begin{bmatrix} -1+i & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & 1 & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & \frac{3}{4} \end{bmatrix}$$

الف.  $\frac{1}{4} \leq |\lambda| \leq 3$     ب.  $\frac{1}{2} \leq |\lambda| \leq 5$     ج.  $\frac{1}{2} < \lambda < 5$     د.  $0 < |\lambda| < \frac{1}{4}$

۱۹. کدامیک از خواص زیر، جزء خواص فضای ضرب داخلی می‌باشد؟

الف.  $\langle x, y \rangle = -\langle y, x \rangle$

ب.  $\langle x, y \rangle = -\overline{\langle y, x \rangle}$

ج.  $\langle \alpha x + \beta y, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle + \beta \langle y, z \rangle$

د.  $\langle \alpha x + \beta y, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle - \beta \langle y, z \rangle$



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۲۰. قضیه شور عبارتند از:

- الف. ماتریس‌های مشابه مقادیر ویژه یکسان دارند  
ب. مقادیر ویژه‌های یک ماتریس قطری عناصر روی قطر آنهاست  
ج. هر ماتریس هرمیتی به طور یکانی مشابه یک ماتریس متعامد است  
د. هر ماتریس مربعی به طور یکانی مشابه یک ماتریس مثلثی است

سئوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. دستگاه زیر را به روش گوس-سایدل با بردار اولیه  $x^{(0)} = (0, 0, 0)^T$  حل کنید.  $x^{(p)}$  را بدست آورید.

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 6 & -2 \\ 4 & -3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۲. تجزیه دولیتل و کرات ماتریس زیر را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} 60 & 30 & 20 \\ 3 & 20 & 15 \\ 20 & 15 & 12 \end{bmatrix}$$

۳. نشان دهید اگر  $\|\cdot\|$  نرمی در  $R^n$  باشد آنگاه رابطه  $\|A\| = \sup \{ \|AU\|, U \in R^n, \|U\| = 1 \}$  یک نرم بر روی فضای خطی همه ماتریس‌های  $n \times n$  تعریف می‌کند.

۴. روش توانی را تا دو مرحله بر روی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & -5 \\ 2 & 6 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$  با فرض بردار اولیه  $x = (-1, 1, 1)^T$  برای تعیین مقدار

ویژه غالب  $A$  بکار ببرید. (چهار تکرار کافی است).



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/ کُد درس: علوم کامپیوتر (سنتی - تجمیع) ۱۱۱۱۱۰۵

مجاز است.

استفاده از ماشین حساب

۵. یک تجزیه مقدار تکین ماتریس زیر را بیابید.

$$\begin{bmatrix} \circ & -1/6 & \circ/6 \\ \circ & 1/2 & \circ/8 \\ \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ \end{bmatrix}$$