

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- در صورتی که $f(n) \in \theta(g(n))$ و $h(n) \in O(f(n))$ باشد، کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. $h(n) \in \theta(g(n))$. ۲. $h(n) \in \Omega(g(n))$. ۳. $g(n) \in \Omega(h(n))$. ۴. $g(n) \in O(h(n))$.

۲- کدام یک از عبارات زیر غلط است؟

۱. $10^n + n^{20} \notin \theta(n^n)$. ۲. $(\log_2^n)! \in O(n!)$.
۳. $n^3 2^n + 6n^2 3^n \in O(n^3 2^n)$. ۴. $4n^3 + 5n^2 + 10 \in O((1 + \epsilon)^n)$.

۳- در مساله حاصل جمع زیر مجموعه ها هدف یافتن زیرمجموعه هائی از اعداد w_1 تا w_n است که حاصل جمع آنها برابر با W باشد. در صورتی که $n=5$ ، $W=18$ و اعداد داده شده به صورت زیر باشند و اعداد را به ترتیب از سمت چپ انتخاب کنیم، کدام گزینه نشان دهنده یک زیرمجموعه غیرامیدبخش در حل این مساله با روش عقبگرد است.

$w_1 = 3$

$w_2 = 7$

$w_3 = 10$

$w_4 = 5$

$w_5 = 8$

۴. $\{w_1, w_3\}$

۳. $\{w_1, w_4, w_3\}$

۲. $\{w_1, w_4\}$

۱. $\{w_1, w_2\}$

۴- پیچیدگی زمانی قطعه برنامه زیر چیست؟

$s=0;$

for(i=0; i<=n; i++)

{ for(j=1; j<=n; j++)

s++;

k=1;

while(k<n)

{ s++;

k=k*2;

}}

۴. $\theta(n^2 \log n)$

۳. $\theta(\log n)$

۲. $\theta(n \log n)$

۱. $\theta(n^2)$

۵- مساله رنگ آمیزی گرافی شامل n راس با استفاده از m رنگ را در نظر بگیرید. کدام گزینه در رابطه با این مساله صحیح است؟

۱. در صورتی که درجه گراف d باشد می توان با d رنگ آن را رنگ آمیزی نمود.

۲. برای $m=2$ می توان الگوریتمی نوشت که از مرتبه نمائی نباشد.

۳. برای $m=3$ می توان الگوریتمی از مرتبه $O(n^3)$ را ارائه نمود.

۴. حل این مساله با روش عقبگرد از مرتبه $O(n^m)$ است.

۶- در صورتی که $T(n)$ تعداد ستاره های چاپ شده توسط الگوریتم زیر باشد، کدام گزینه تعداد ستاره های چاپ شده را به درستی نشان می دهد؟

```
for (i=0 , i<n , i++)
```

```
for (j=0 , j<i , j++)
```

```
cout<<'***';
```

$$2n(n+1) \quad \cdot^4$$

$$2n(n-1) \quad \cdot^3$$

$$\frac{(n)(n+1)}{2} \quad \cdot^2$$

$$\frac{(n)(n-1)}{2} \quad \cdot^1$$

۷- کدام گزینه در رابطه با روش انشعاب و تحدید صحیح است؟

۱. شکل بهبود یافته ای از روش برنامه نویسی پویا است.

۲. برای مساله فروشنده دوره گرد راه حلی از مرتبه چند جمله ای ارائه می کند.

۳. در این روش برخلاف روش عقبگرد تغییر ترتیب بررسی گره ها امکان پذیر است.

۴. تشابه آن با روش عقبگرد در نحوه جستجوی فضای حالت است.

۸- مسائل جستجوی دودویی و حاصل جمع زیر مجموعه ها در رده کدام دسته از مسائل قرار می گیرند (از راست به چپ)؟

۴. NP-P

۳. NP-NP

۲. P-NP

۱. P-P

۹- جواب تابع بازگشتی زیر کدام است؟

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 50T\left(\frac{n}{49}\right) + \log n & n > 1 \end{cases}$$

۱. $T(n) \in \theta(\log n)$ ۲. $T(n) \in \theta(n \log n)$ ۳. $T(n) \in \theta(n^{\log_{50} 49})$ ۴. $T(n) \in \theta(n^{\log_{49} 50})$

۱۰- تابع بازگشتی زیر در صورتی که n توانی از ۲ باشد، پیچیدگی زمانی کدام است؟

Int func (int n)

{ if (n<=1) return (1);

Else

return(2func(n/2)+(n/2)+1);

}

۴. $O(n/2)+1$

۳. $O(n \log_2^n)$

۲. $O(n)$

۱. $O(\log_2^n)$



۱۱- در صورتی که الگوریتم جستجوی دودوئی را برای جستجوی عناصر آرایه $A[v]=\{2,4,6,8,10,12,15\}$ بکار ببریم، میانگین تعداد مقایسه ها در جستجوی موفق کدام است؟

۱۹ .۴
۷

۲۱ .۳
۷

۱۷ .۲
۷

۲۰ .۱
۷

۱۲- فرض کنید یک لیست از حروف زیر (از چپ به راست) برای مرتب کردن با استفاده از الگوریتم مرتب سازی سریع (quick sort) داده شده است. تعداد مقایسه های انجام شده توسط این الگوریتم برای مرتب نمودن این لیست از کدام مرتبه است؟

D, H, M, P, Q, X, Y, Z

$O(n^2)$.۴

$O(n \log_2^n)$.۳

$O(n)$.۲

$O(\log_2^n)$.۱

۱۳- در ضرب ماتریس ها به روش استراسن اگر مساله ی کوچک ضرب ماتریس های 1×1 باشد، برای ضرب دو ماتریس 8×8 چند ضرب عددی صورت می پذیرد؟

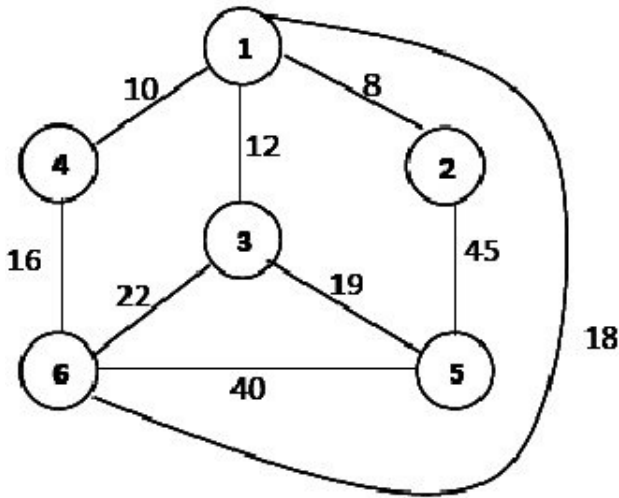
۵۱۲ .۴

۵۷ .۳

۳۹۲ .۲

۳۴۳ .۱

۱۴- گراف زیر الگوریتم پریم با شروع از گره ۱ کدام یال را در مرحله پنجم خود به درخت پوشای کمینه اضافه می کند؟



۰۴ . (3,6)

۰۳ . (3,5)

۰۲ . (1,6)

۰۱ . (4,6)

۱۵- یک گراف همبند و بدون جهت با n گره و $n^2/2$ یال داریم. کدام یک از الگوریتم های زیر برای تولید درخت پوشا با حداقل هزینه بر روی این گراف مناسب است؟

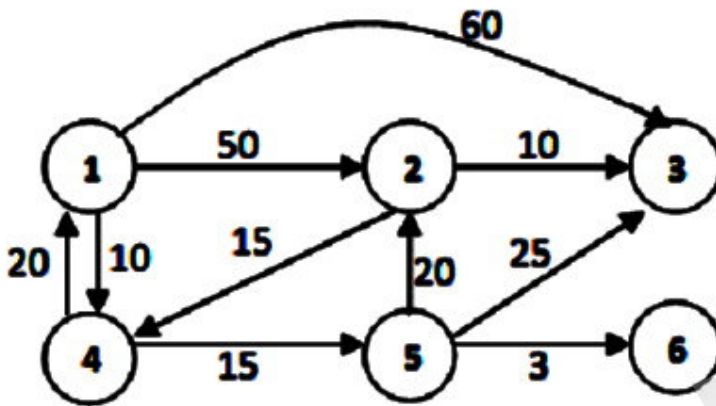
۰۴ . فلویید

۰۳ . دیکسترا

۰۲ . کراسکال

۰۱ . پریم

۱۶- گراف زیر را در نظر بگیرید. با استفاده از الگوریتم دیکسترا کوتاهترین مسیر از گره ۱ به گره های ۲ و ۳ کدام گزینه است؟



۶۰، ۵۵، ۴

۵۵، ۵۰، ۳

۵۰، ۴۵، ۲

۵۵، ۴۵، ۱

۱۷- مجموعه کارهای زیر را در نظر بگیرید که هر یک دارای سود و موعد معین برای اجرا می باشد و در صورتی که در موعد مقرر یا قبل از آن اجرا شود سود آن حاصل شده و در غیراین صورت به اندازه سود کار مشمول جریمه خواهد شد. در صورتی که این کارها را به نحوی زمان بندی کنیم که کمترین جریمه حاصل شود، میزان جریمه کدام است؟

کار	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5	W_6
مهلت	5	1	2	3	3	2
اجرا						
سود کار	10	25	50	30	35	40

۳۵، ۴

۴۰، ۳

۵۵، ۲

۵۰، ۱



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

درس: طراحی الگوریتمها، طراحی و تحلیل الگوریتمها

رشته تحصیلی/کد درس: مهندسی کامپیوتر(نرم افزار)، مهندسی کامپیوتر(گرایش نرم افزار) ۱۱۱۵۰۷۸ - مهند

اطلاعات (چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر-نرم افزار(چندبخشی)، علوم کامپیوتر(چندبخشی)، مهندسی کامپیوتر/رشته

افزار(چندبخشی) ۱۱۱۵۱۴۲ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر ۱۱۱۵۱۶۶

۱۸- برای تبدیل متن $a b c d a b c d a c d a d a$ به مجموعه ای از بیت ها، در صورت استفاده از کدگذاری بهینه تعداد کل بیت های لازم کدام است؟

۱. ۲۵ ۲. ۳۰ ۳. ۲۹ ۴. ۴۰

۱۹- کدام گزینه صحیح است؟

۱. روش برنامه نویسی پویا جزو روش های بالا به پایین است.
۲. روش تقسیم و حل برای حل مسائلی مناسب است که در آن زیرمسائل روی هم افتادگی دارند.
۳. مسائل قابل حل با روش برنامه نویسی پویا و روش تقسیم و حل باید تعریف بازگشتی داشته باشند.
۴. روش تقسیم و حل با ذخیره نمودن حل نمونه های کوچکتر صرفه جوئی قابل توجهی در زمان دارد.

۲۰- برای ضرب چهار ماتریس $A_{12 \times 5}$ ، $B_{5 \times 45}$ ، $C_{45 \times 3}$ و $D_{3 \times 18}$ به صورت ABCD، کمترین تعداد ضرب کدام است؟

۱. ۱۵۰۳ ۲. ۲۰۲۵ ۳. ۱۳۲۳ ۴. ۱۸۵۲

۲۱- فرض کنید با سه کلید $key_1 < key_2 < key_3$ با احتمال های جستجوی $p_1=0.3$ ، $p_2=0.5$ و $p_3=0.2$ بخواهیم یک درخت جستجوی دودوئی بهینه را ایجاد کنیم. کدام گزینه نشان دهنده زمان میانگین جستجو در درخت بهینه است.

۱. ۱.۷ ۲. ۱.۵ ۳. ۱.۴ ۴. ۱.۸

۲۲- مساله فروشنده دوره گرد را در نظر بگیرید که در آن هدف یافتن یک تور بهینه است که از همه شهرها عبور نموده و به شهر آغازین بازگردد. کدام گزینه در رابطه با راه حل ارائه شده برای این مساله صحیح است؟

۱. حل مساله با روش برنامه نویسی پویا از مرتبه زمانی $O(n2^n)$ است.
۲. حل مساله با روش برنامه نویسی پویا از پیچیدگی فضائی $O(n^2 2^n)$ است.
۳. حل مساله با روش بررسی همه تورهای ممکن از مرتبه $O(2^n)$ است.
۴. حل مساله با روش برنامه نویسی پویا دور همیلتونی بهینه را پیدا می کند.

۲۳- مساله n وزیر را در نظر بگیرید که در آن هدف قرار دادن n وزیر در یک صفحه شطرنج $n \times n$ است بطوریکه وزیرها یکدیگر را تهدید نکنند. در حل مساله با روش عقبگرد کدام یک از موارد زیر نشان دهنده حالت هائی است که دو وزیر a_{ij} و a_{kl} یکدیگر را تهدید می کنند؟

$$|i - k| = |j - l| // I$$

$$k = j // II$$

$$i + j = k + 1 // III$$

$$j = 1 // IV$$

I, III, IV .۴

II, III, IV .۳

I, II .۲

II, III .۱

۲۴- در رابطه با کاراترین الگوریتم برای حل مساله کوله پشتی صفر و یک با داشتن n شی و ظرفیت w کدام گزینه حتماً نادرست است؟

۱. کاراترین الگوریتم برای این مساله الگوریتم حریصانه با زمان موردنیاز $\Theta(n, w)$ است.

۲. کاراترین الگوریتم برای این مساله الگوریتم عقبگرد است که در بدترین حالت به زمان نمایی نیاز دارد.

۳. کاراترین الگوریتم برای این مساله الگوریتم شاخه و حداست که در بدترین حالت برای این مساله به زمان نمایی نیاز دارد.

۴. کاراترین الگوریتم برای این مساله الگوریتم برنامه نویسی پویا است که در برخی حالات به زمان چندجمله ای نیاز دارد.

۲۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱. تمام مسائل NP به وسیله یک الگوریتم غیرقطعی در زمان چندجمله ای حل می شوند.

۲. تمام مسائل P به وسیله یک الگوریتم قطعی در زمان چندجمله ای حل می شوند.

۳. هر الگوریتم نامعین توسط یک کامپیوتر معین قابل اجرا است.

۴. مسائل P زیرمجموعه مسائل NP است.

سوالات تشریحی

نمره ۱.۱۷

۱- فرض کنید تابع زمانی برنامه ای به صورت زیر باشد:

$$T(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 2T(n-1) + n^2 & n > 1 \end{cases}$$

با روش تکرار با جای گذاری آن را حل نموده و مرتبه زمانی آن را معین کنید.

نمره ۱.۱۷

۲- الف. برنامه ادغام (merge) را برای ادغام دو آرایه مرتب نوشته و آن را از لحاظ زمانی تحلیل نمایید.

ب. پیچیدگی زمانی مرتب سازی ادغامی (merge sort) را در بدترین حالت تحلیل نمایید.

نمره ۱.۱۷

۳-

مساله محاسبه مقدار $\binom{n}{k}$ را که برای مقادیر صحیح k و n از رابطه زیر بدست می آید در نظر بگیرید.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

الف. مساله را به روش تقسیم و حل تحلیل نموده و با استفاده از این روش الگوریتمی برای آن ارائه نمایید.

ب. مساله را به روش برنامه نویسی پویا تحلیل نموده و با استفاده از این روش الگوریتمی برای آن ارائه نمایید.

ج. الگوریتم های ارائه شده را از لحاظ زمانی تحلیل نموده و با یکدیگر مقایسه کنید.

نمره ۱.۷۵

۴- گراف متصل و بدون جهت مانند $G(V, E)$ را در نظر بگیرید. مساله یافتن همه مدارهای همپلتونی برای این گراف

است.

الف. مساله را با روش عقبگرد تحلیل نمایید.

ب. یک الگوریتم با روش عقبگرد برای این مساله ارائه نمایید.

ج. الگوریتم ارائه شده را از لحاظ زمانی تحلیل نمایید.

۵- مساله کوله پشتی صفر و یک را برای اجسام w_1 تا w_n و کوله پشتی با وزن W در نظر بگیرید. هدف پرکردن کوله پشتی با اجسام است به نحوی که بیشترین سود حاصل شود.

مساله را به روش انشعاب و تحدید تحلیل نموده و نحوه محاسبه تابع حد برای هر گره را توضیح دهید.

روش انشعاب و تحدید را به ازای $W=18$ بر روی نمونه زیر از مساله بکار برده و درخت فضای حالت را برای این ه با روش انشعاب و تحدید رسم و بیشترین سود ممکن را مشخص کنید (اجسام بر حسب p_i/w_i مرتب هستند).

وزن (w)	ارزش (p)	جسم
4	28\$	1
9	45\$	2
3	12\$	3
8	24\$	4
18	18\$	5