

مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۱. کدامیک از مجموعه‌های زیر ساختار گروهی یکسانی با \mathbb{Z} دارند؟

الف. $\left\{1, e^{i\pi}, e^{4i\pi}\right\}$ تحت عمل ضرب معمولی

ب. $\left\{1, e^{i\pi}, e^{i\pi}\right\}$ تحت عمل ضرب معمولی

ج. $\left\{1, e^{\frac{i\pi}{3}}, e^{\frac{4i\pi}{3}}\right\}$ تحت عمل ضرب معمولی

د. $\left\{1, e^{4i\pi}, e^{4i\pi}\right\}$ تحت عمل ضرب معمولی

۲. کدام یک از مجموعه داده شده یک گروه آبلی تشکیل نمی‌دهند؟

الف. اعداد حقیقی تحت عمل جمع معمولی

ب. مجموعه اعداد مختلف با قدر مطلق واحد با عمل ضرب

د. اعداد حقیقی مثبت با عمل جمع معمولی

ج. اعداد حقیقی مثبت با عمل ضرب

۳. تعریف گروه متعامد خاص $(SO(n, R))$ با کدام یک از گزینه‌های زیر یکسان است؟

الف. $\{A \in M(n, R) : \det(A) = 1\}$

ج. $\{A \in O(n, R) : \det(A) = 1\}$

الف. $\{A \in O(n, R) : \det(A) \neq 0\}$

ج. $\{A \in O(n, R) : \det(A) = 1\}$

۴. فضای همراه $SU(\mathbb{Z}_2)$ با کدام یک از گروه‌های زیر یکریخت است؟

الف. $SO(3, R)$

الف. $SO(2, R)$

الف. $SL(2, R)$

الف. $SL(2, C)$

۵. از گزینه‌های زیر کدامیک می‌تواند زیر گروه نرمال $(SU(2))$ باشد؟

الف. $SO(2, R)$

الف. \mathbb{Z}_3

الف. \mathbb{Z}_2

الف. $U(1)$

۶. اگر فضای هیلبرت جداپذیری با مجموعه پایه‌های متعامد ویکه $\{e^1, e^2, \dots, e^N\}$ باشد، آنگاه داریم: N عددی صحیح مثبت و V برداری متعلق به H است.

$$\prod_{i=1}^N |<e^i, v>|^2 \leq \|v\|^2 \text{.}$$

$$\sum_{i=1}^N |<e^i, v>|^2 \leq \|v\|^2 \text{.}$$

$$\prod_{i=1}^N |<e^i, v>|^2 \geq \|v\|^2 \text{.}$$

$$\sum_{i=1}^N |<e^i, v>|^2 \geq \|v\|^2 \text{.}$$

مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۷. عملکر A هرمیتی نامیده می شود، اگر:

د. $A = -A^\dagger$

ج. $A = A^\dagger$

ب. $A = A^*$

الف. $A = A^T$

۸. فضای برداری فرمدار را فضای با ناخ گوئیم اگر:

الف. هر دنباله با همگایی کوشی در آن بطور قوی نیز همگرا باشد.

ب. هر دنباله کوشی در آن بطور قوی همگرا نباشد.

ج. هر فضای برداری عملگرهای خطی

د. هر فضای برداری فرمدار

۹. کدام یک از روابط زیر نمایانگر نامساوی شوارتز می باشد؟ (v, w متعلق به فضای برداری مختلط)

ب. $\langle v, w \rangle > \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}}$

الف. $\langle v, w \rangle \leq \langle v, v \rangle^{\frac{1}{2}} \langle w, w \rangle^{\frac{1}{2}}$

د. $\langle v, w \rangle > \langle v, v \rangle \langle w, w \rangle$

ج. $\langle v, w \rangle \leq \langle v, v \rangle \langle w, w \rangle$

۱۰. تعداد کلاس‌های هم ارزی نمایش‌های تقلیل ناپذیر یکانی غیر معادل گروه G برابر است با:

ب. تعداد کلاس‌های مزدوجی G

الف. تعداد کلاس‌های مشخصه G

ج. نمی‌توان بطور مشخص تعیین کرد.

۱۱. اگر A یک عملکر کراندار روی فضای هیلبرت H باشد، آنگاه:

ب. A^\dagger کراندار نیست ولی $\|A\| = \|A^\dagger\|$

الف. A^\dagger نیز کراندار است و $\|A^\dagger\| = \|A\|$

د. نمی‌توان قضاوی درباره A^\dagger نمود.

ج. A^\dagger کراندار نیست ولی $\|A^\dagger\| \neq \|A\|$

۱۲. یک عملکر کراندار روی فضای هیلبرت H یک عملکر تصویر است، اگر

ب. $P^\dagger \neq 1, P = P^\dagger$

الف. $P^\dagger = 1, P \neq P^\dagger$

د. $P^\dagger \neq 1, P \neq P^\dagger$

ج. $P^\dagger = 1, P = P^\dagger$

۱۳. بعد حقیقی گروه لی $(U(n))$ برابر است با:

د. n^n

ج. n^{n^2}

ب. $1 + n^n$

الف. n^{n-1}

د. $(N+1)!$

ج. N

ب. $N!$

الف. $2N$



کارشناسی

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

گذ سری سؤال: یک(۱)



مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۱۵. اگر $\mu: G_1 \rightarrow G_2$ یک همیختی باشد، آنگاه داریم:

- ب. $\ker \mu$ زیر گروهی از G_1 است.
 د.. $\text{Im } \mu$ زیر گروهی از G_2 است.
 ج. $\ker \mu$ زیر گروهی از G_1 است.
 د. $a, b, c \in \mathbb{C}$ همرا با قید $ab \neq 0$ و $c = ab$ با a, b مطابقت باشند.

الف. یک زیر گروه از گروه $GL(2, \mathbb{R})$ هستند.ب. یک گروه از گروه $U(2)$ هستند.ج. یک گروه از گروه $SU(2)$ هستند.د. یک زیر گروه از گروه $GL(2, \mathbb{C})$ هستند.۱۷. اگر $\dim(V) = n < \infty$ آنگاه می‌توان نشان داد که:الف. بعد حقیقی V_R برابر 2 است.ب. بعد موهومی آن برابر 2 است.ج. نمی‌توان بعد حقیقی V را مشخص کرد.د. بعد حقیقی و موهومی V هر دو برابر $\frac{n}{2}$ هستند.۱۸. عملگر Q که رابطه $(Qf)(x) = xf'(x)$ را روی \mathbb{R} تعریف می‌کند.

الف. یک عملگر خطی و کراندار است

ج. یک عملگر غیر کراندار است

ب. یک عملگر غیر خطی و کراندار است

د. یک عملگر خطی و غیر کراندار است

۱۹. رد عملگر خطی A روی فضای هیلبرت H ، با بعد معین، با کدام رابطه زیر داده می‌شود.

$$TrA = \sum_{i=1}^n \langle e^i, Ae^j \rangle$$

$$\text{الف. } TrA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \langle e^i, Ae^i \rangle$$

$$TrA = \sum_{i=1}^n \langle e^i, Ae^i \rangle$$

$$\text{ج. } TrA = \sum_{i=1}^n \langle Ae^i, e^i \rangle$$

پایه‌های یکه متعامد برای فضای هیلبرت H هستند



مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۲۰. کدام یک از رابطه‌های زیر در مورد ردیک عملگر درست می‌باشد؟

الف. رد یک عملگر خطی A به انتخاب پایه‌های خاص وابسته است

ب. رد یک عملگر خطی A مستقل از انتخاب پایه است.

ج. $Tr(AB) \neq Tr(BA)$

د. $Tr(aA) \neq aTr(A)$

** تذکر (B, A) عملگرهای خطی دلخواه و a یک عدد حقیقی دلخواه است.)

۲۱. اگر U نماینده یک عملگر یکانی باشد، آنگاه:

الف. ویژه بردارهای متناظر با ویژه مقادیر متفاوت بر همدیگر عمودند.

ب. ویژه بردارهای متناظر با ویژه مقادیر یکسان بر همدیگر عمودند.

ج. ویژه مقادیر U تبهگن هستند.

د. مقادیر ویژه U صفر و واحد هستند.

۲۲. بعد گروه $SU(n)$ کدام است؟

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

د. $n^2 - 1$ ج. n^2 ب. n^2 اف. $n^2 + 1$

۲۳. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

الف. هر زیر گروهی از گروه آبلی اعداد صحیح \mathbb{Z} ، یک زیر گروه نرمال است.

ب. به ازای هر زیر گروه دلخواه H از گروه آبلی اعداد صحیح \mathbb{Z} ، فضای همراههای G/H نیز یک گروه آبلی است.

ج. مجموعه اعداد مختلط با قدر مطلق واحد $(1) U$ تحت عمل ضرب معمولی اعداد مختلط، یک گروه آبلی بی‌پایان پیوسته تشکیل می‌دهد.

د. اگر G یک گروه نامتناهی از مرتب N باشد، آنگاه مطابق قضیه کیلی G با یک زیر گروه از گروه متقارن S_N پیکریخت است.

۲۴. کدام یک از گزینه‌های زیر ساختار یک گروه بی‌پایان پیوسته را دارد؟

د. کره سه بعدی

ب. کره n بعدی

ج. کره چهار بعدی

الف. کره دو بعدی

۲۵. کدام یک از گروه‌های زیر یک گروه لی ${}^m n$ بعدی است؟

د. $GL(n, \mathbb{C})$

ج. $SL(n, \mathbb{R})$

ب. $GL(n, \mathbb{R})$

الف. $GL(n, \mathbb{C})$

۲۶. ساختار توپولوژیکی (\mathbb{R}^2, SO) کدام است؟

د. صفحه

ج. چنبره-۲

ب. کره بعدی

الف. دایره



تعداد سوالات: تست: ۳۰ تشرییع: --

نام درس: نظریه گروه‌ها

رشته تحصیلی/ گُد درس: فیزیک (تمام گرایشها) (۱۱۱۳۰۵۸)

مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۲۷. گروه تبدیلات موبیوس صفحه مختلط \mathbb{C} جزو کدام دسته از گزینه‌های زیر است؟

- ب. گروه لی n^3 بعدی
- د. گروه لی n^2 بعدی
- الف. گروه آبلی
- ج. گروه لی شش بعدی

۲۸. گروه $(1)U$ با کدام یک از گروه‌های زیر یکریخت است؟

- الف. $SO(2, \mathbb{R})$
- ب. $GL(n, \mathbb{R})$
- ج. $O(n, \mathbb{R})$
- د. $SO(n, \mathbb{R})$

۲۹. کدام یک گروه‌های زیر یک گروه نرمال از گروه لی $(2)SU$ است؟

- الف. $SL(2, \mathbb{C})$
- ب. $GL(2, \mathbb{R})$
- ج. \mathbb{Z}_2
- د. $SO(2, \mathbb{R})$

۳۰. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

الف. هر فضای برداری مختلط n بعدی $(n < \infty)$ با فضای برداری \mathbb{C}^n یکریخت است.

ب. هر فضای برداری با بعد متناهی یک پایه متعامد یکه دارد.

ج. هر فضای هیلبرت با بعد متناهی جداپذیر است.

د. هر عملگر خطی روی یک فضای برداری با بعد نامتناهی کراندار است.