



مجاز است.

استفاده از: --

۱. معادله دایره‌ای به مرکز $1-i$ و شعاع ۲ کدام است؟

ب- $|z - 1 + i| = 2$

الف- $|z + 1 - i| = 2$

د- $|z - 1 + i - 2| = 1$

ج- $|z - 2| = |1 - i|$

۲. مجموعه نقاطی از صفحه Z که در رابطه $Re\left(\frac{1}{z}\right) \leq \frac{1}{2}$ صدق می کنند برابر است با

الف- خارج و روی دایره به شعاع ۱ و مرکز (۱و۰)

ب- خارج دایره به شعاع $\frac{1}{2}$

ج- داخل دایره به شعاع $\frac{1}{2}$

د- داخل دایره به شعاع ۱ و مرکز (۱و۰)

۳. مجموع ریشه‌های n ام واحد کدام است؟

الف- ۱-

ب- ۱

ج- ۲

د- ۰

۴. کدام گزینه مجموعه‌ای همبند است؟

الف- زاویه بین دو نیم خط $\alpha \leq \theta \leq \beta$ در \mathcal{C}

ب- خط $Re(z) = 1$ در \mathcal{C}

ج- دایره واحد $|z| = 1$ در \mathcal{C}

د- مجموعه همه نقاط با شرط $Re(z) > 1$ در \mathcal{C}

۵. سری $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + i \frac{(-1)^n}{n} \right)$

الف- واگرا به بینهایت است.

ب- همگرای مطلق است.

ج- همگرای مشروط است.

د- نوسانی است.



مجاز است.

استفاده از:

۶. تابع با ضابطه $w = z$ در کدام نقطه مشتق پذیر است؟

الف - $z = 0$ ب- تمام \mathbb{C} ج- $z = 1$ د- در هیچ نقطه مشتق‌پذیر نیست.

۷. کدام یک از سری های زیر همگرای مطلق است؟

الف- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n!} + \frac{1}{n^2} i$ ب- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1}{n^2} i$
ج- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} + i \frac{1}{n}$ د- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n + \frac{i(-1)^n}{n^2}$

۸. تبدیل $w = \frac{1}{z}$ نقاط خارج دایره واحد را به چه نقاطی می نگارد؟

الف- نقاط خارج دایره واحد ب- نقاط روی دایره واحد
ج- نقاط داخل دایره واحد د- نقاط روی محور حقیقی

۹. کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

الف- تابع $f(z) = e^{\bar{z}}$ تحلیلی است.

ب- تابع $f(z) = e^z$ بر \mathbb{C} یک به یک و پوشاست.

ج- $\arg(e^z) = y$

د- خط $y = \frac{\pi}{2}$ تحت $f(z) = e^z$ به قسمت مثبت محور v تصویر می شود.

۱۰. ناحیه پیوستگی تابع $f(z) = \ln z$ با دامنه تعریف $(0 \leq \text{Arg } z < 2\pi)$ ، $z \in \mathbb{C} - \{0\}$ ، کدام گزینه است؟

الف- $D = \mathbb{C} - (\mathbb{R}^+ \cup \{0\})$ ب- $D = \mathbb{C} - \mathbb{R}^-$

ج- $D = \mathbb{C} - \mathbb{R}^+$ د- $D = \mathbb{C} - (\mathbb{R}^- \cup \{0\})$

۱۱. مقدار اصلی i^{-i} برابر است با $(-\pi \leq \text{Arg } z < \pi)$

الف- $e^{\frac{\pi}{2}}$ ب- $e^{-\frac{\pi}{2}}$ ج- $e^{\frac{\pi}{2}}$ د- $e^{-\frac{i\pi}{2}}$



مجاز است.

استفاده از:

۱۲. اگر $u = e^{-x} \sin y$ آنگاه تابع مزدوج همساز آن کدام است؟

ب- $v = -e^{-x} \cos y$

الف- $v = e^x \sin y$

د- $v = -e^{-x} \sin y$

ج- $v = e^{-x} \cos y$

۱۳. فرض کنید T تابع خطی کسری باشد که $T(0) = ۲$ و $T(۱) = ۱$ و $T(i) = ۳$ باشد تابع T برابر است با

ب- $T(z) = \frac{(3i-1)z+4i}{(1+i)z-2i}$

الف- $T(z) = \frac{(3i+1)z-4i}{(1+i)z-2i}$

د- $T(z) = \frac{(1+i)z-2i}{(3i+1)z-4i}$

ج- $T(z) = \frac{(1+i)z+2i}{(3i+1)z+4i}$

۱۴. مقدار انتگرال $\int_C |z-1| |dz|$ که C دایره واحد است عبارت است از

د- ۰

ج- ۴

ب- ۸

الف- ۸

۱۵. حاصل انتگرال $\int_{|z|=3} \frac{z^4+3z^2-4}{(z-2i)^4} dz$ عبارت است از

د- 36π

ج- 16π

ب- -36π

الف- -16π

۱۶. هر گاه تابع دو متغیره $u(x,y)$ روی \mathcal{R}^2 موزون و کراندار باشد آنگاه

الف- اگر v مزدوج موزون u باشد آنگاه $f = u+iv$ ثابت است.

ب- اگر v مزدوج موزون u باشد آنگاه $f = u+iv$ غیر تام است.

ج- v مزدوج موزون u غیر ثابت است.

د- u تابعی غیر ثابت است.

۱۷. شعاع همگرایی سری $\sum (1-\frac{1}{n}) z^n$ کدام است؟

د- $\frac{1}{e-1}$

ج- $e-1$

ب- e

الف- $\frac{1}{e}$

۱۸. حاصل $\int_{|z|=2} \frac{z^2+z+1}{z^2(z+1)} dz$ کدام است؟

د- $2i$

ج- $2\pi i$

ب- πi

الف- 2π



مجاز است.

استفاده از:

۱۹. سری لوران تابع $f(z) = \frac{z}{z-1}$ در ناحیه $\mathcal{C} - \{1\}$ حول نقطه $z_0 = 1$ کدام است؟

د- $1 - \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n z^{-n}$

ج- $1 - \frac{1}{z-1}$

ب- $1 - \sum_{n=0}^{\infty} z^n$

الف- $1 + \frac{1}{z-1}$

۲۰. نقطه $z_0 = 0$ برای تابع $f(z) = \frac{e^z}{z^p}$ یک ...

ب- نقطه تکین بیمایه

الف- قطب از مرتبه دوم

د- قطب از مرتبه بینهایت است

ج- نقطه تکین نامنفرد

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. ثابت کنید تابع $u = e^{-y} \cos x$ بر \mathcal{C} یک تابع همساز است. تابع مزدوج همساز آن، v را بیابید به طوری که $v(0,0) = 1$

و سپس یک تابع تحلیلی از روی آن بسازید، آیا این تابع را می شناسید؟

۲. تابع $w = z^r$ ، ناحیه $\left\{ \begin{array}{l} r \geq r \geq 0 \\ 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4} \end{array} \right.$ را به چه تصویر می کند؟ اول استدلال را خود بیان کنید و سپس نمودار آن را

بکشید.

۳. اتحادهای زیر را ثابت کنید:

ب- $\cos(iz) = \cos h(z)$

الف- $\sinh(iz) = i \sin z$

د- $|\cos(z)|^2 = \cos^2 x + \sin^2 y$

ج- $\sinh(\bar{z}) = \overline{\sinh(z)}$



مجاز است.

استفاده از:

۴. قضیه اساسی جبر را بیان و اثبات کنید.

۵. حاصل انتگرالهای زیر را به روش مانده‌ها یا فرمول کوشی (با تفکیک کسر) محاسبه کنید:

$$\int_{|z|=1} \frac{dz}{\sinh(z)} \quad \text{ب-}$$

$$\int_{|z|=4} \frac{z^6 + 4z^4 - 2z^2 + 1}{(z - 2i)^6} dz \quad \text{الف-}$$