



تعداد سؤالات: تست: ۲۰ تشرییع: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقهای جزئی

رشته تحصیلی / گذ دوس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربرد

ارشد ژئوفیزیک زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

--

استفاده از:

۱. توابع f و g را متعامد ساده گوییم هرگاه :

ب - $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = 1$

الف - $\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = 0$

د - $\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = 0$

ج - $\int_a^b f(x) g(x) x dx = 0$

۲. تابع دو متغیره $F(x, t)$ برای مجموعه توابع $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک تابع مولد است هر گاه :

ب - $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} t f_n(x)$

الف - $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x) t^n$

د - $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x)$

ج - $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} t^n$

۳. اگر P_8 ، هشتین چندجمله ای لزاندر باشد، $(-1)^8 P_8$ کدام است؟

د - ۸

ج - ۱

ب - ۸

الف - ۱

۴. اگر P_n ، n امین چندجمله ای لزاندر باشد حاصل $(0) P_{2n+1}$ کدام است؟

د - ۲۰

ج - ۱

ب - ۲۱

الف - صفر

۵. کدامیک از نقاط زیر نقاط منفرد معادله لزاندر هستند؟

د - ۲۰

ج - ۰

ب - ۲

الف - ۱

۶. چندجمله ایهای چبیشف نوع اول $\{T_n\}_{n=0}^{\infty}$ روی بازه $(-1, 1)$ نسبت به کدامیک از تابع وزنهای زیر متعامد هستند؟

ب - $w(x) = (1 - x)$

الف - $w(x) = (1 + x)$

د - $w(x) = (1 - x^2)$

ج - $w(x) = (1 - x^2)^{-\frac{1}{2}}$

۷. با فرض اینکه $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ چندجمله ای چبیشف نوع دوم باشد حاصل $\|S_n\|$ کدام است؟ (با تابع وزن $w(x) = (1 - x^2)^{\frac{1}{2}}$ برابر)بازه $(-1, 1)$ د - 2π

ج - صفر

ب - $\frac{\pi}{2}$ الف - $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$



تعداد سؤالات: تست: ۲۰ تشرییع: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقهای جزئی

رشته تحصیلی / گذ دوس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربرد

ارشد ژئوفیزیک زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از:

۸. فرم خودالحاق معادله دیفرانسیل $0 < a \leq x \leq b, x^2 u'' + xu' + u = 0$ کدام است؟

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} u \right) = 0 \quad \text{ب-}$$

$$\frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{du}{dx} \right) + x^2 = 0 \quad \text{الف-}$$

$$\frac{d}{dx} \left(x \frac{du}{dx} \right) + \frac{1}{x} u = 0 \quad \text{د-}$$

$$\frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{du}{dx} \right) + xu = 0 \quad \text{ج-}$$

۹. چند جمله‌ای‌های \emptyset_0 و \emptyset_1 از یک مجموعه ساده از چندجمله‌ای‌ها که نسبت به تابع $w(x) = \sqrt{x}$ متعامد باشند

عبارتند از:

$$\emptyset_0(x) = 0, \quad \emptyset_1(x) = x - \frac{3}{5} \quad \text{ب-}$$

$$\emptyset_0(x) = 1, \quad \emptyset_1(x) = x - \frac{3}{5} \quad \text{الف-}$$

$$\emptyset_0(x) = 0, \quad \emptyset_1(x) = x \quad \text{د-}$$

$$\emptyset_1(x) = x, \quad \emptyset_0(x) = 1 \quad \text{ج-}$$

۱۰. هر گاه S_n چند جمله‌ای چبیشف نوع دوم باشد کدام گزینه درست است؟

$$\sin(n+1)\theta = S_n(\cos\theta) \quad \text{ب-}$$

$$\sin(n+1)\theta = \sin\theta S_n(\cos\theta) \quad \text{الف-}$$

$$\sin(n+1)\theta = \cos\theta S_n(\cos\theta) \quad \text{د-}$$

$$\sin(n+1)\theta = S_n(\sin\theta) \quad \text{ج-}$$

۱۱. تابع مولده چند جمله‌ای‌های چبیشف از نوع دوم کدام است؟

$$f(x, t) = \frac{1}{1+2xt+t^2} \quad \text{ب-}$$

$$f(x, t) = \frac{1}{1-2xt+t^2} \quad \text{الف-}$$

$$f(x, t) = \frac{1}{1-xt+t^2} \quad \text{د-}$$

$$f(x, t) = \frac{1}{1-xt-t^2} \quad \text{ج-}$$

۱۲. فرض کنید P_n , f امین چند جمله‌ای لزاندر و f تابعی دلخواه باشد. ضرایب سری فوریه لزاندر تابع f کدام است؟

$$C_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx \quad \text{ب-}$$

$$C_n = \sqrt{\frac{2n+1}{2}} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx \quad \text{الف-}$$

$$C_n = \sqrt{\frac{2}{2n+1}} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx \quad \text{د-}$$

$$C_n = \frac{2}{2n+1} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx \quad \text{ج-}$$



تعداد سوالات: تست: ۲۰ تشرییع: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقهای جزئی

رشته تحصیلی / گذ دوس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربرد

ارشد ژئوفیزیک زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از:

۱۳. نامساوی بسل برای هر تابع f که به مجموعه $[a, b]$ متعلق است کدام است؟

ب- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \leq \|f\|$

الف- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \geq \|f\|$

د- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \leq \|f\|^2$

ج- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \geq \|f\|^2$

۱۴. فرض کنید C_k ضرایب فوریه f باشد. سری فوریه f در میانگین به f همگراست اگر و تنها اگر:

ب- $\|f\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} C_k^2$

الف- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \geq \|f\|^2$

د- $\|f\| = \sum_{k=1}^{\infty} C_k^2$

ج- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \leq \|f\|^2$

۱۵. تابع f بر بازه بسته $[a, b]$ قطعه‌ای هموار است هرگاه:

الف- f ناپیوسته و تعداد نقاط ناپیوستگی f' متناهی باشد.

ب- تعداد نقاط ناپیوستگی f و f' نا متناهی باشد.

ج- توابع f و f' بر $[a, b]$ قطعه‌ای پیوسته باشند.

د- قطعه‌ای پیوسته باشد.

۱۶. مرتبه یک معادله دیفرانسیل با مشتقهای جزئی برابر است با:

الف- پائین ترین توان متغیر که در معادله ظاهر می‌شود.

ب- پائین ترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می‌شود.

ج- بالاترین توان متغیر که در معادله ظاهر می‌شود.

د- با لاترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می‌شود.

۱۷. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $0 = \frac{\partial z}{\partial x} + z$ کدام است؟

ب- $z_h = e^{-x} f(y)$ که در آن f یک تابع دلخواه است.

الف- $z_h = 0$

د- $z_h = f(y)$ که در آن f یک تابع دلخواه است.

ج- $z_h = e^x$



تعداد سؤالات: تست: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

رشته تحصیلی / گذ دوس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربرد

ارشد ژئوفیزیک زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از:

۱۸. مبین معادله $(1 - x^2) z_{xx} - 2xyz_{xy} + (1 - y^2) z_{yy} + xz + 3x^2 y = 0$ کدام است؟ب- $1 - x^2 - y^2$ الف- $x^2 + y^2 - 1$ د- $x^2 - y^2$ ج- $x^2 + y^2$ ۱۹. معادله دیفرانسیل $y = x$ بر خط $yz_{xx} + (x + y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$ است.

ب- سهموی است.

الف- تنها یک نقطه است.

د- بیضوی است.

ج- هذلولوی است.

۲۰. دو انتهای یک میله به طول a را در دمای صفر نگه داشته ایم و توزیع دمای اولیه آن $f(x)$ است. مساله با مقدار مرزی آن کدام

است؟

الف- $U_t(x, t) = kU_{xx}(x, t) \quad 0 < x < a, t > 0 \quad U(0, x) = f(x), \quad 0 \leq x \leq a$ ب- $U_t(x, t) = kU_{xx}(x, t) \quad 0 < x < a, t > 0 \quad U(0, t) = f(x)$ ج- $U_t(x, t) = kU_{xx}(x, t) \quad 0 < x < a, t > 0 \quad U(0, t) = 0 \quad U(a, t) = f(x), \quad 0 \leq x \leq a$ د- $U_t(x, t) = kU_{xx}(x, t) \quad 0 < x < a, t > 0 \quad U(x, 0) = 0$



تعداد سؤالات: تست: ۲۰ تشرییع: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقهای جزئی

رشته تحصیلی / گذ دوس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربرد

ارشد ژئوفیزیک زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از:

سوالات تشرییحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام سطوح دوار حول محور \mathbb{Z} را پیدا کنید.

۲. ثابت کنید که همه مقادیر ویژه یک مساله خودالحاق حقیقی هستند.

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos sx}{1+s^2} ds = \frac{\pi}{2} e^{-x} \quad ۳. \text{ ثابت کنید}$$

۴. مقادیر ویژه و توابع ویژه مساله زیر را در حالتیکه $0 < \lambda$ است بدست آورید.

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0 \quad 0 \leq x \leq \pi \quad y(0) = 0 \quad y'(\pi) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \\ w(x, 0) = 0 \\ w(0, t) = t, \quad t \geq 0 \end{cases} \quad ۵. \text{ مساله زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.}$$