



استفاده از: — مجاز است.

۱. مرتبه هر ۳- زیر گروه سیلو از یک گروه با مرتبه ۱۲ برابر است با:
- الف. ۳ ب. ۴ ج. ۲ د. ۱۲
۲. هر گروه از مرتبه ۲۵۵ چند ۳- زیر گروه سیلو دارد؟
- الف. ۱ ب. ۱۵ ج. ۱ یا ۱۵ د. ۱ یا ۸۵
۳. کدام عدد مرتبه یک گروه ساده است؟
- الف. ۲۰ ب. ۳۶ ج. ۳۰ د. ۲۳
۴. در مورد گروه متقارن S_3 کدام گزینه صحیح است؟
- الف. یک زیر گروه از مرتبه ۲ دارد.
ب. سه زیر گروه از مرتبه ۲ دارد.
ج. دو زیر گروه از مرتبه ۳ دارد.
د. سه زیر گروه از مرتبه ۳ دارد.
۵. فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۳۱ و H یک زیر گروه از G باشد تعداد زیر گروه‌های مزدوج با H برابر است با:
- الف. ۳۱ ب. ۱ ج. ۲ د. ۴
۶. فرض کنید M یک R -مدول و N زیر مدول M باشد، در این صورت $Ann(\frac{M}{N})$ کدام است؟
- الف. $(M=N)$ ب. $(N=M)$ ج. M د. N
۷. اگر N و N' دو زیر مدول M باشند آنگاه کدام گزینه صحیح است؟
- الف. $Ann(N + N') = Ann(N) \cap Ann(N')$
ب. $Ann(N + N') = Ann(N) + Ann(N')$
ج. $Ann(\frac{M}{NN'}) = Ann(N) + Ann(N')$
د. $Ann(N \cap N') = Ann(N) + Ann(N')$
۸. فرض کنید $N \xrightarrow{f} M \rightarrow 0$ یک دنباله کامل از R -مدولها و R -همریختها باشد. در این صورت
- الف. $ker f = N$ ب. $im f = M$ ج. $N \cong im f$ د. $im f = 0$
۹. هر دامنه ایده ال اصلی
- الف. تعداد متناهی ایده ال ماکسیمال دارد.
ب. یک حلقه موضعی است.
ج. یک حلقه آرتینی است.
د. یک حلقه نوتری است.
۱۰. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟
- الف. هر مدول نوتری، آرتینی است.
ب. هر مدول آرتینی، نوتری است.
ج. هر حلقه آرتینی، نوتری است.
د. هر حلقه نوتری، آرتینی است.



تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی (کاربردی محض) جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۸)

مجاز است.

استفاده از:

۱۱. فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویض پذیر R باشد و نیز $f: M \rightarrow M$ یک همریختی دلخواه باشد. در این صورت
- اگر M نوتری و f پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.
 - اگر M نوتری و f یک به یک باشد آنگاه f پوشا است.
 - اگر M آرتینی و f پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.
 - اگر M نوتری و آرتینی باشد آنگاه f دوسویی است.

۱۲. فرض کنید M یک R -مدول و N زیر مدول M باشد، در این صورت
- اگر M آرتینی باشد آنگاه $\frac{M}{N}$ آرتینی است.
 - اگر $\frac{M}{N}$ آرتینی باشد آنگاه M آرتینی است.
 - اگر N آرتینی باشد آنگاه $\frac{M}{N}$ آرتینی است.
 - اگر N آرتینی باشد آنگاه M آرتینی است.

۱۳. اگر G_1 و G_2 دو زیر مدول M چنان باشند که $\frac{M}{G_1}$ و $\frac{M}{G_2}$ هر دو نوتری اند آنگاه
- الف. M نوتری است.
 - ب. $G_1 \cap G_2$ نوتری است.
 - ج. $\frac{M}{G_1 \cap G_2}$ نوتری است.
 - د. $G_1 + G_2$ نوتری است.

۱۴. در سری ترکیبی $G_0 \subset G_1 \subset \dots \subset G_n - R$ زیرمدولهای G_i کدام گزینه صحیح است؟
- الف. $\frac{G_i}{G}$ ها ساده اند.
 - ب. $\frac{G_i}{G_1}$ ها ساده اند.
 - ج. $\frac{G_i}{G_{i-1}}$ ها ساده اند.
 - د. G_i ها ساده اند.

۱۵. کدامیک از حلقه های زیر نوتری نیست؟
- الف. Z
 - ب. $Z[\sqrt{-5}]$
 - ج. $k[x]$ (ک میدان)
 - د. $R[x]$ (یک حلقه)

۱۶. $R - R$ مدول دارای طول متناهی است اگر و تنها اگر
- الف. M نوتری باشد.
 - ب. M آرتینی باشد.
 - ج. M نوتری و آرتینی باشد.
 - د. M متناهی مولد باشد.

۱۷. اگر R حلقه نوتری باشد در این صورت تحت کدام شرط زیر $R - R$ مدول M نیز نوتری است؟
- الف. M مدول آزاد باشد.
 - ب. M متناهی مولد باشد.
 - ج. M مدول آرتینی باشد.
 - د. زیر مدولی از M موجود باشد که متناهی مولد باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی محض) جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۸)

مجاز است.

استفاده از:

۱۸. فرض کنید R حلقه تعویضپذیر نوتری باشد. در این صورت

الف. R تعداد متناهی ایده آل ماکسیمال دارد.

ب. هر ایده آل اول R ماکسیمال است.

ج. حلقه R آرتینی است.

د. اگر هر ایده آل اول R ماکسیمال باشد، آنگاه R آرتینی است.

۱۹. فرض کنید R حلقه جابجایی و نوتری و M یک ایده آل ماکسیمال آن باشد در این صورت اگر

$$J = \bigcap_{n=1}^{\infty} M^n$$

د. $J = 0$

ج. $MJ = 0$

ب. $MJ = M$

الف. $MJ = J$

۲۰. فرض کنید I ایده آلی سره از حلقه جابجایی R باشد. هرگاه $R - \frac{R}{I}$ مدول $\frac{R}{I}$ دارای طول متناهی باشد آنگاه

الف. $assl$ از ایده آل های ماکسیمال R تشکیل شده است.

ب. $assl$ متناهی است.

ج. $assl$ تهی است

د. $assl$ دارای ایده آل اولی است که، ماکسیمال نیست.



مجاز است.

استفاده از:

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویضپذیر R باشد. ثابت کنید R -مدول آزادی مانند F و همریختی پوشایی از F به M وجود دارد.

۲. فرض کنید R حلقه تعویضپذیر و دنباله $\circ \longrightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \longrightarrow \circ$

یک دنباله کامل کوتاه از R -مدولها و R -همریختیها باشد. نشان دهید.

الف. M متناهی طول است اگر و تنها اگر N و L هر دو متناهی طول باشند.

ب. اگر M متناهی طول باشد آنگاه

$$l(M) = l(N) + l(L)$$

۳. نشان دهید که A_4 یک زیر گروه سیلو از مرتبه ۴ و چهار زیر گروه سیلو از مرتبه ۳ دارد.

۴. نشان دهید هر حلقه تعویضپذیری که هر ایده ال اولش متناهی مولد باشد نوتری است.

۵. لم ناکایاما را بیان کرده و اثبات کنید.