تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۰**

درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱- فرض کنید $f=e^{xyz}$ باشد. هرگاه $p=(1,1,-1)$ و $v=(2,1,1)$ آنگاه مقدار $v_p[f]$ کدام است؟

۱. $2e^{-1}$ ۲. $-2e^{-1}$ ۳. e^{-1} ۴. $-e^{-1}$

۲- فرض کنید α خمی در E^3 باشد بطوری که $\alpha(0)=(1,0,5)$ و $\alpha'(t)=(t^2,t,e^t)$. در این صورت $\alpha(t)$ کدام است؟

۱. $\alpha(t)=(1/3t^3,1/2t^2,e^t)$

۲. $\alpha(t)=(1/3t^3+1,1/2t^2,e^t-5)$

۳. $\alpha(t)=(1/3t^3-1,1/2t^2,e^t+5)$

۴. $\alpha(t)=(1/3t^3+1,1/2t^2,e^t-6)$

۳- فرض کنید $p=(1,-1,-1)$ و $v=(2,1,3)$ و $\varphi=(z^2-1)dx+dy-xdz$. مقدار $\varphi(v_p)$ کدام است؟

۱. ۲ ۲. -۲ ۳. ۳ ۴. -۳

۴- فرض کنید $F:E^n\to E^m$ یک نگاشت منظم باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱. در هر نقطهٔ $p\in E^n$ نگاشت F_{*p} یک بیک است.

۲. مرتبهٔ ماتریس ژاکوبی F در $p\in E^n$ برابر n است.

۳. در هر نقطهٔ $p\in E^n$ نگاشت F_{*p} پوشاست.

۴. اگر $F_*(v_p)=0$ آنگاه $v_p=0$.

۵- فرض کنید Y یک میدان برداری روی خم α باشد بطوری که Y دارای طول ثابت است. در این صورت:

۱. در هر نقطهٔ خم Y و Y' بر هم عمود هستند

۲. Y میدان برداری ثابت است.

۳. Y میدان برداری مماس است.

۴. Y روی خم α متوازی است.

۶- فرض کنید α خم منظمی با تابع تندی v باشد. در این صورت شتاب α برابر است با:

۱. $\alpha''=dv/dtT+\kappa vN$

۲. $\alpha''=dv/dtN+\kappa vT$

۳. $\alpha''=dv/dtT+\kappa v^2N$

۴. $\alpha''=dv/dtN+\kappa v^2T$

۷- فرض کنید $W=2x^2U_1+yz^2U_3$ و $v=(-2,1,1)$ در $p=(1,2,-1)$ باشد. در این صورت ∇_vW کدام است؟

۱. $-8U_1(p)-4U_3(p)$ ۲. $-4U_1(p)-4U_3(p)$ ۳. $-8U_1(p)-2U_3(p)$ ۴. $-4U_1(p)-2U_3(p)$

۸- کدام گزینه درست است؟

۱. هر ایزومتری یک تبدیل متعامد است.

۲. هر ایزومتری یک انتقال است.

۳. اگر F یک ایزومتری و $F(0)=0$ باشد آنگاه F یک انتقال است.

۴. هر انتقال یک ایزومتری است.

۹- فرض کنید $F: E^3 \to E^3$ یک ایزومتری سو نگهدار باشد. آنگاه:

۱. $\operatorname{sgn} F = 1$ ۲. $\operatorname{sgn} F = -1$ ۳. $\operatorname{sgn} F = \pm 1$ ۴. $\operatorname{sgn} F > 0$

۱۰- فرض کنید Y یک میدان برداری روی خم α در E^3 و F یک ایزومتری باشد. در این صورت $\overline{Y} = F_*(Y)$ یک میدان برداری روی خم $\overline{\alpha} = F(\alpha)$ می باشد و:

۱. $\overline{Y}' = F(Y')$ ۲. $\overline{Y}' = F_*(Y')$ ۳. $Y' = F_*(\overline{Y}')$ ۴. $Y' = F(\overline{Y}')$

۱۱- فرض کنید α خمی با تندی واحد در E^3 باشد که دارای خمیدگی و تاب ثابت و مخالف صفر است. آنگاه:

۱. α یک قوسی از دایره است.

۲. α خم مسطح است.

۳. α مارپیچ است.

۴. α مارپیچ استوانه ای است.

۱۲- فرض کنید دو خم α و β با تندی واحد قابل انطباق هستند. آنگاه:

۱. $\kappa_\alpha / \kappa_\beta$ ثابت است. ۲. همواره $\kappa_\alpha = \kappa_\beta$. ۳. همواره $\kappa_\alpha = -\kappa_\beta$. ۴. همواره $\kappa_\alpha = \pm\kappa_\beta$

۱۳- کدامیک از زیر مجموعه های زیر یک رویه است:

۱. $M: z^2 = 2x^2 + y^2$

۲. $M: xy = 0, x \ge 0, y \ge 0$

۳. $M: z^2 + y^2 + x^2 = 1$

۴. $M: x^2 + y^2 - z^2 = 0$

۱۴- فرض کنید $M: g = c$ رویه ای در E^3 باشد در این صورت میدان برداری گرادیان $\nabla g = \sum (\partial g / \partial x_i) U_i$:

۱. یک میدان برداری مماس است.

۲. یک میدان برداری قائم است.

۳. یک میدان متوازی است.

۴. یک تابع روی رویه است.

۱۵- فرض کنید $F : M \rightarrow N$ یک نگاشت و $x : D \rightarrow M$ نمایش پارامتری M و y نگاشت مرکب $F(x) : D \rightarrow M$ باشد. آنگاه:

۱. $F_*(y_u) = x_u , F_*(y_v) = x_v$

۲. $F_*(x_u) = y_u , F_*(x_v) = y_v$

۳. $F\ (x_u) = y_u , F\ (x_v) = y_v$

۴. $F\ (y_u) = x_u , F\ (y_v) = x_v$

۱۶- فرض کنید P صفحه ای در E^3 باشد. در این صورت بازای هر میدان برداری قائم یکهٔ U روی P در E^3 :

۱. $S(v) = -\nabla_v U$ ثابت است.

۲. $S(v) = -\nabla_v U = 0$

۳. $S(v) = -\nabla_v U > 0$

۴. $S(v) = -\nabla_v U < 0$

۱۷- فرض کنید p یک نقطهٔ نافی از رویهٔ $M \subset E^3$ باشد. در این صورت بازای هر بردار مماس یکهٔ u در p :

۱. $k(u) = 0$

۲. $k(u) > 0$

۳. $k(u) < 0$

۴. $k(u)$ ثابت است.

۱۸- فرض کنید M یک رویهٔ مینیمال باشد. در این صورت:

۱. خمیدگی متوسط صفر است.

۲. خمیدگی متوسط مثبت است.

۳. خمیدگی متوسط منفی است.

۴. خمیدگی متوسط ثابت است.

۱۹- فرض کنید $x(u,v) = (u, v, f(u,v))$ یک قطعهٔ مختصات مونژ باشد . اگر x هموار باشد آنگاه:

۱. $f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2$ در هر نقطه ثابت است.

۲. $f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 = 0$

۳. $f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 > 0$

۴. $f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 < 0$

۲۰- فرض کنید α خمی از رویهٔ $M \subset E^3$ باشد. هر گاه α یک خط مستقیم باشد در این صورت:

۱. α فقط ژئودزیک است.

۲. α فقط مجانبی است.

۳. α هم ژئودزیک است و هم مجانبی

۴. α نه ژئودزیک است و نه مجانبی.

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید اگر $v_p = (v_1, v_2, v_3)$ یک بردار مماس بر E^3 باشد آنگاه: $v_p[f] = \sum v_i \partial f / \partial x_i (p)$ ۱،۴ نمره

۲- ثابت کنید اگر α خمی منظم باشد آنگاه می توان برای آن نمایش دیگر β را طوری تعیین کرد که تندی β برابر ۱ باشد. ۱،۴ نمره

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰**

درس : هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)،ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۴۹ - ،ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴

۳- اگر v و w دو بردار مماس بر E^3 در p باشند و F یک ایزومتری از E^3 آنگاه **۱،۴ نمره**

$F_*(v\times w)=\operatorname{sgn} F F_*(v)\times F_*(w)$.

۴- ثابت کنید: **۱،۴ نمره**

الف) $K=k_1k_2$

ب) $H=(k_1+k_2)/2$

۵- در یک رویهٔ دلخواه ثابت کنید: **۱،۴ نمره**

الف) $\omega_{13}\wedge\omega_{23}=K\theta_1\wedge\theta_2$

ب) $\omega_{13}\wedge\theta_2+\theta_1\wedge\omega_{23}=2H\theta_1\wedge\theta_2$