تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ **تشریحی:** ۵
نام درس: توپولوژی جبری مقدماتی
رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی(محض-کاربردی)۱۱۱۱۰۵۶-ریاضیات کاربردها۱۱۱۱۳۸۸
--

استفاده از: -- **مجاز است.**

۱. هرگاه X با توپولوژی متمم متناهی تجهیز شده باشد آنگاه

الف- X همواره هاسدرف است

ب- X همواره فشرده است

ج- X به شرط فشردگی هاسدرف است .

د- X به شرط متناهی بودن هاسدرف است

۲. فضای توپولوژی X را در نظر بگیرید . کدام حکم درست است؟

الف- اگر X فشرده باشد آنگاه هر زیر مجموعه از فضای X فشرده است.

ب- اگر X فشرده باشد آنگاه هر زیر مجموعه بسته از فضای X فشرده است.

ج- فضای X با هر فضای فشرده ای همئومورف است.

د- اگر X با توپولوژی گسسته باشد آنگاه X فشرده است.

۳. کدام حکم نادرست است؟

الف- هر فضای متری پذیر هاوسدورف است

ب- فضای $\mathbb{R}$ با توپولوژی معمولی اش هاوسدورف است.

ج- هر فضای توپولوژی با توپولوژی گسسته هاوسدورف است.

د- هر فضای توپولوژی با بیش از یک نقطه دارای توپولوژی ملموس هاوسدورف است.

استفاده از: مجاز است.

۴. فضاهای Y,X و نگاشت $f:X\to Y$ که f پیوسته است را در نظر بگیرید. کدام حکم نادرست است؟

الف- اگر X فشرده باشد آنگاه $f(X)$ زیر فضای فشرده از Y است.

ب- اگر Y,X دو فضای توپولوژی همئومورف و X فشرده باشد آنگاه Y نیز فشرده است.

ج- اگر X فشرده و Y دارای توپولوژی خارج قسمتی نسبت به نگاشت f باشد آنگاه Y نیز فشرده است.

د- اگر S زیر فضای فشرده X باشد آنگاه $f(S)$ زیرفضای فشرده Y است.

۵. کدام یک از احکام زیر نادرست است؟

الف- زیرمجموعه $\{-1,1\}$ از $\mathbb{R}$ همبند است.

ب- $[\circ,1]$ زیرمجموعه همبند از $\mathbb{R}$ است.

ج- تصویر زیرمجموعه $[\circ,1]$ از $\mathbb{R}$ تحت نگاشت پیوسته $f:[\circ,1]\to S^1$ با ضابطه $f(t)=e^{2\pi i}$ همبند است.

د- $[\circ,1)$ زیر مجموعه همبند از $\mathbb{R}$ است.

۶. فرض کنید N,M هر دو ۳ منیفلد باشند. آنگاه $M\times N$

الف- یک ۳ منیفلد است.

ب- یک ۶ منیفلد است.

ج- یک 0 منیفلد است.

د- یک ۹ منیفلد است.

۷. کدام یک از سطوح زیر جهت ناپذیر است؟

الف- کره S^2

ب- تیوب $T=S^1\times S^1$

ج- تیوب دوتایی

د- صفحه تصویری $P^2\mathbb{R}$

۸. فرض کنید $X = S^2$ کره واحد و $f:[0,1] \to X$ با ضابطه $f(t) = (\cos \pi t, \sin \pi t, 0)$ یک راه در X باشد.وارون f کدام یک از راه های زیر است؟

الف- $\bar{f}(t) = f(1-t)$

ب- $\bar{f}(t) = f(2t)$

ج- $\bar{f}(t) = f(1+t)$

د- $\bar{f}(t) = f(t)$

۹. کدام یک از فضاهای زیر همبند راهی نیست؟

الف- S^1

ب- $\mathbb{R}^{n+1} - \{0\}$

ج- $P^n R$

د- $\{i\} \cup [0,1] \cup \left\{\frac{1}{n} + yi \mid n \in \mathbb{N}, 0 \le y \le 1\right\}$

۱۰. کدام یک از فضاهای زیر انقباض پذیر نیست؟

الف- $\mathbb{R}^n$

ب- قرص D^n در $\mathbb{R}^n$

ج- پاره خط در $\mathbb{R}^1$

د- دایره S^1

۱۱. کدام گزینه نادرست است؟

الف- فضاهای همئومورف ، گروه های بنیادی ایزومورف دارند.

ب- اگر گروه های بنیادی دو فضا ایزومورف باشند آنگاه آن دو فضا همئومورف هستند.

ج- اگر گروه های بنیادی دو فضا ایزومورف نباشند آنگاه آن دو فضا غیر همئومورف هستند.

د- اگر بین دو فضا همئومورفیسمی وجود داشته باشد آنگاه بین گروه های بنیادی آنها ایزومورفیسم وجود دارد.

۱۲شرط کافی برای همبند ساده بودن یک فضای توپولوژی آنست که :

الف- همبند راهی باشد.

ب- گروه بنیادی آن بدیهی باشد.

ج- همبند راهی و انقباض پذیر باشد.

د- همبند بوده و گروه بنیادی آن بدیهی باشد.

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ **تشریحی:** ۵

نام درس: توپولوژی جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی(محض-کاربردی)۱۱۱۱۰۵۶-ریاضیات کاربردها۱۱۱۱۳۸۸

--

استفاده از: **مجاز است.**

۱۳.گروه بنیادی دایره S^1 کدام است؟

الف- $\mathbb{Z}$

ب- $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

ج- گروه بدیهی

د- $\mathbb{Q}$

۱۴. نگاشت نمائی $e\colon \mathbb{R} \to S^1$ را با ضابطه $e(t) = \exp(2\pi i t)$ در نظر بگیرید. e نگاشتی پوششی است چون:

الف- e پوشا است.

ب- e پوشا و پیوسته است.

ج- e پوشا و پیوسته است و هر $x \in S^1$ دارای همسایگی است که توسط e پوشانده می شود.

د- e پیوسته است.

۱۵. فضای همبند راهی X و گروه G را با فرض اینکه این عمل بر X کاملا ناپیوسته است در نظر بگیرید. اگر X همبند ساده باشد آنگاه:

الف- گروه $\pi\left(\frac{X}{G}, y_0\right)$ گروه بدیهی با پایه y_0 است.

ب- گروه G، گروه بدیهی است.

ج- گروه های $\pi\left(\frac{X}{G}, y_0\right)$ و G یکریخت هستند.

د- هسته همریختی $\varphi\colon \pi\left(\frac{X}{G}, y_0\right) \to G$ زیرگروه غیر بدیهی از $\pi\left(\frac{X}{G}, y_0\right)$ است.

استفاده از: مجاز است.

۱۶. فرض کنید $X = \mathbb{R}$ و $G = \mathbb{Z}$ آنگاه

الف- $\pi(\frac{\mathbb{R}}{\mathbb{Z}}, 0) \cong \mathbb{R}$

ب- $\pi(\frac{\mathbb{R}}{\mathbb{Z}}, 0) \cong \mathbb{Z}$

ج- $\pi(\frac{\mathbb{R}}{\mathbb{Z}}, 0) \cong 1$

د- $\pi(\frac{\mathbb{R}}{\mathbb{Z}}, 0) \cong S^1$

۱۷. قضیه بورساک – اولام بیان می کند که :

الف- هیچ نگاشت پیوسته $\varphi: S^2 \to S^1$ صادق در شرط $\varphi(-x) = -\varphi(x)$ وجود ندارد.

ب- صفحه ای در $\mathbb{R}^3$ وجود دارد که هر سه مجموعه کراندار در $\mathbb{R}^3$ را دقیقا به دو نیم تقسیم می کند.

ج- هر نگاشت پیوسته $f: D^2 \to D^2$ نقطه ای ثابت دارد.

د- هر نگاشت $f: I \to S^1$ دارای ترفیع $\tilde{f}: I \to \mathbb{R}$ است.

۱۸. اگر X فضایی با تنها یک نقطه باشد آنگاه

الف- $H_2(X) = 0$

ب- $H_2(X) \cong \mathbb{Z}$

ج- دومین گروه همولوژی X با X یکریخت است.

د- صفرمین گروه مرزی X، صفر است.

۱۹. اگر X فضایی غیر تهی و همبند راهی باشد آنگاه:

الف- $H_0(X) \cong \mathbb{Z}$

ب- $H_0(X) = 0$

ج- $H_0(X) = 1$

د- $H_0(X) \cong X$

۲۰. $H_2(S^2)$، دومین گروه مرزی S^2 کدام است؟

الف- 0

ب- $\mathbb{Z}$

ج- $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$

د- گروه بدیهی

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ **تشریحی:** ۵

نام درس: توپولوژی جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی(محض-کاربردی)۱۱۱۱۰۵۶-ریاضیات کاربردها۱۱۱۱۳۸۸

--

استفاده از: **مجاز است.**

ســـــوالات تشریحــــــی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. نگاره هر فضای همبند راهی توسط نگاشتی پیوسته ، همبند راهی است.

۲. نشان دهید که فضاهای همئومورف هموتوپند. با ارائه یک مثال نشان دهید عکس این مطلب برقرار نیست.

۳. هر نگاشت پیوسته $f: D^2 \to D^2$ نقطه ای ثابت دارد.

۴. فرض کنید نگاشت $p: \tilde{X} \to X$ پوششی و $\tilde{f}, \hat{f}: X \to \tilde{X}$ ترفیع نگاشت $f: Y \to X$ باشند. اگر Y همبند باشدو برای یک $y_0 \in Y$، $\tilde{f}(y_0) = \hat{f}(y_0)$ در اینصورت $\tilde{f} = \hat{f}$.

۵. اگر X فضائ با تنها یک نقطه باشد در اینصورت $H_0(X) \cong \mathbb{Z}$ و برای هر $n > 0$، $H_n(X) = 0$.