

مجاز است.

استفاده از:

۱. کدام یک از موارد زیر نادرست است؟ (n عددی طبیعی)

ب- $\binom{n}{r} = \binom{n-1}{r-1} + \binom{n-1}{r}$

الف- $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n} = 2^n$

د- $\binom{n+1}{r} = \binom{n}{r-1} + \binom{n}{r+1}$

ج- $\sum_{n_1+n_2+n_3=n} \binom{n}{n_1, n_2, n_3} = 3^n$

۲. تعداد جوابهای صحیح و نامنفی نامعادله: $x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$ عبارت است از:

د- $\binom{11}{4}$

ج- $\binom{10}{4}$

ب- $\binom{11}{3}$

الف- $\binom{10}{3}$

۳. اگر $x = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ باشد، آن گاه مقدار X برابر است با:

د- $\frac{4}{3}$

ج- $\frac{4}{3}$

ب- -2^6

الف- 2^6

۴. تابع مولد دنباله: $c_n = \sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$ عبارت است از:

د- $\frac{e^s}{1-s}$

ج- $\frac{1-s}{e^s}$

ب- $\frac{1}{s-1}$

الف- e^s

۵. فرض کنید: $\frac{a_n}{a_{n+1}} = n+1$ و $\varphi(s)$ تابع مولد دنباله a_n باشد، در این صورت $\varphi(s)$ برابر است با:

د- $\frac{1}{x!}$

ج- $\ln x$

ب- e^{-x}

الف- e^x



مجاز است.

استفاده از:

۶. پیش k بار دنباله اعدادی به صورت $\frac{\theta^n}{n!} \cdot e^{-\theta}$ ، دنباله ای است با جمله عمومی:

الف $e^{-k\theta(1-s)}$ _ب $\frac{(k\theta)^n}{n!}$ _ج $e^{-k\theta} \cdot \frac{(k\theta)^n}{n!}$ _د $\frac{e^{-k\theta}}{n!}$

۷. عامل انتگرال ساز (فاکتور انتگرال) برای معادله $\int dx (x^2 + xy - x) = \int x^2 dy + \int (xy - x) dx$ عبارت است از:

الف x^2 _ب e^{x^2} _ج $\ln x^2$ _د x

۸. جواب عمومی برای معادله دیفرانسیل $\int dy (\sin y - xy) + \int dx (y^2 -) = \int (xy - \sin y) dy + \int (y^2 -) dx$ عبارت است از:

الف $xy^2 + \sin y = c$ _ب $xy^2 - x + \cos y = c$ _ج $xy^2 - x + \sin y = c$ _د $xy^2 - \cos y + x = c$

۹. جواب خصوصی (پیشنهادی) برای معادله $y'' = 2y' - y + e^x$ عبارت است از: (c عددی ثابت)

الف وجود ندارد _ب e^x _ج $cx e^x$ _د $cx^2 e^x$

۱۰. به ازای هر مقدار عددی a, b عبارت $a + b(3^{-n})$ ، در کدام یک از معادلات بازگشتی زیر صدق می کند؟

الف $(B^2 - 3B + 2)U_{n+1} = 0$ _ب $(B^2 - 3B + 2)U_n = 0$

ج $U_{n+1} - 3U_n + 2 = 0$ _د $U_{n-2} - 3U_n + 2 = 0$

۱۱. برای معادله بازگشتی: $U_{n+2} + 2U_{n+1} = -U_n$ جوابی که در شرایط: $U_0 = 1, U_1 = 0$ صدق می کند عبارت است از:

الف $(-1)^{n+1}$ _ب $(-1)^n$ _ج $(1)^n + (-1)^n$ _د $(1)^{n+1}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: ریاضی برای آمار

رشته تحصیلی / کُد درس: آمار - ۱۱۱۱۰۸۶

مجاز است.

استفاده از:

۱۲. اگر معادله مفسر یک معادله بازگشتی به صورت:

$$m^4 - 4m^3 + 6m^2 - 4m + 1 = 0$$

باشد، آنگاه جواب عمومی برابر است با:

ب- $c \cdot n + c_1 n^2 + c_2 n^3 + c_3 n^4$

الف- $c_1 n + c_2 n^2 + c_3 n^3$

د- $c \cdot + c_1 n^1 + c_2 n^2 + c_3 n^3$

ج- $c \cdot + c_1 n^2 + c_2 n^3$

۱۳. مقدار انتگرال $\int_0^{\infty} \frac{1}{e^x x^{-6.5}} dx$ برحسب $\Gamma(\frac{1}{3})$ برابر است با:

ب- $\frac{1}{3} \Gamma(\frac{1}{3})$

الف- $\frac{(1/3)! \Gamma(\frac{1}{3})}{(3/6)6!}$

د- $\frac{\Gamma(\frac{1}{3})}{(3/6)6!}$

ج- $\frac{(1/3)! \Gamma(\frac{1}{3})}{3/6}$

۱۴. مقدار: $\frac{\int_0^1 \frac{(1-x)^2}{x^2} dx}{B(\frac{1}{3}, \frac{1}{3})}$ برابر است با: (B = بتا)

د- $\frac{3}{256}$

ج- $\frac{3\sqrt{\pi}}{256}$

ب- $\frac{3\pi^2}{256}$

الف- $\frac{3\pi}{256}$

مجاز است.

استفاده از:

۱۵. کدام یک از موارد زیر از ویژگیهای تابع گاما نیست: (در تابع گاما صادق نیست)

الف - $\log \Gamma(\alpha)$ بر (∞, ∞) تابعی محدب است.

ب - به ازای هر $\alpha > 0$: $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha \Gamma(\alpha)$

ج - $\frac{\Gamma(n+1)}{n!} = 1$

د - $\Gamma(n) = n!$

۱۶. تبدیل لاپلاس تابع: $x^n, x > 0$, عبارت است از: ($s > 0$)

الف - $\frac{\Gamma(n)}{s^{n+1}}$

ب - $\frac{n!}{s^n}$

ج - $\frac{\Gamma(n+1)}{s^{n+1}}$

د - $\frac{(n+1)!}{s^{n+1}}$

۱۷. لاپلاس: $\frac{\cos(\pi x - \pi^2)}{\cos \pi x}$ برابر است با: ($x \geq \pi$)

الف - $\frac{s}{\pi}$

ب - $\frac{-s}{\pi}$

ج - $e^{s\pi}$

د - $e^{-s\pi}$

۱۸. تبدیل وارون تابع: $L^{-1}\left(\frac{s}{(s+1)^2+4}\right)$ عبارت است از:

الف - $e^{-x} \sin 2x - \frac{1}{2} e^{-x} \cos 2x$

ب - $e^{-x} \cos 2x - \frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x$

ج - $e^{-x} \cos 2x - \frac{1}{2} e^{-x} \cos 2x$

د - $e^{-x} \sin 2x - \frac{1}{2} e^{-x} \sin 2x$



مجاز است.

استفاده از:

۱۹. بسط $\frac{1}{\sqrt{(1-x^2)}}$ با فرض $|x| < 1$ برابر است با:

الف $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} x^k$ ب $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} x^{2k}$

ج $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} (-1)^k x^{2k}$ د $\sum_{k=0}^{\infty} \binom{-\frac{1}{2}}{k} (-1)^k x^k$

۲۰. کدام یک از موارد زیر، در مورد گرافها نادرست است؟

الف_ تعداد رئوس با درجه فرد، زوج است.

ب_ گرافی با اطلاعات: $d(a)=3$, $d(b)=5$, $d(c)=3$, $d(e)=4$ وجود ندارد.

ج_ گراف منظمی با ۱۳ یال و درجه رأس ۴ وجود دارد.

د_ شرط لازم و کافی برای وجود، یک مسیر اویلری آن است که: گراف G مرتبط و فقط، ۲ رأس با درجه‌های فرد، داشته

باشد.

سؤالات تشریحی

(بارم هر سوال ۲ نمره می‌باشد).

تذکر مهم: از بین سؤالات زیر، تنها به ۴ سوال دلخواه پاسخ دهید. (راه حل‌ها، کامل و همه دلایل بیان شوند).

۱. الف. اگر a_n و b_n دو دنباله حاصل از تابع مولدهای پواسن با پارامترهای θ_1, θ_2 باشند؛ مطلوب است: تعیین جمله

عمومی و نیز تابع مولد پیچش حاصل از a_n با b_n ($n = 0, 1, 2, \dots$)

ب. دنباله اعداد حاصل از تابع: $\cosh x$ را محاسبه کنید.

مجاز است.

استفاده از:

۲. معادلات زیر را حل کنید:

الف. $\frac{y'}{x} + y = e^{-x}$

ب. $2y_{n+3} - 6y_{n+2} + 4y_{n+1} = y_n$

۳. ثابت کنید:

$$\int_0^{\pi/2} (\sin \theta)^{\alpha-1} \cdot (\cos \theta)^{\beta-1} = B(x, \beta) : (B = \text{بتا})$$

و سپس، با استفاده از آن نتیجه بگیرید: $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

ب. ثابت کنید: $B(\alpha + 1, \beta) = \frac{\alpha B(\alpha, \beta)}{\alpha + \beta}$ (با استفاده از تعریف تابع بتا، ثابت شود)

۴. الف: به کمک تبدیلات لاپلاس، مطلوب است حل معادله:

$$y'' - 5y' + 6y = x + e^x$$

با فرض اینکه: $(y'(0) - 5y(0) = k)$

ب: تبدیل لاپلاس: $\frac{1}{x} \cosh(x - a)$ را بیابید.

۵. الف. ثابت کنید: شرط لازم و کافی برای وجود یک مسیر اویلری، آن است که G مرتبط باشد و فقط دو رأس با درجه‌های فرد داشته باشد.

ب. فرض کنید X_1, X_2, \dots متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع پواسن و پارامتر θ باشند. همچنین N متغیری تصادفی با

توزیع پواسن با پارامتر λ و مستقل از X_i ها باشد. تابع مولد احتمال‌های $\sum_{i=1}^n X_i$ را بیابید.