



۱- گزینه نادرست کدام است؟

۱. سری های نرمال و سری های زیرنرمال برای گروههای آبلی یکسان هستند.
۲. هر سری نرمال یک سری زیرنرمال است.
۳. هر سری زیرنرمال یک سری نرمال است.
۴. هر سری نرمال یک سری زیرنرمال است و برعکس.

۲- کدام یک از گروههای زیر حل پذیر هستند؟

۱.  $S_3$
۲.  $S_5$
۳.  $A_5$
۴. معادلات چند جمله ای از درجه ۵

۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱. مفاهیم سری ترکیب و سری اصلی برای گروههای آبلی یکسان هستند.
۲. هر سری اصلی یک سری ترکیب است.
۳. آبلی بودن گروه شرط لازم است که هر سری اصلی یک سری ترکیب باشد.
۴. در گروه غیر آبلی  $G$  هر سری اصلی یک سری ترکیب است.

۴-

فرض کنید  $G = Z \times Z \times Z$ ،  $H = Z \times Z \times \{0\}$  و  $N = \{0\} \times Z \times Z$  باشد. آنگاه  $\frac{H}{H \cap N}$  با کدام یک از گروههای زیر

یکریخت است؟

۱.  $Z$
۲.  $Z \times Z \times Z$
۳.  $\{0\} \times Z$
۴.  $Z \times \{0\}$

۵- فرض کنید  $\Phi: Z_{12} \rightarrow Z_3$  یک همومورفیسم باشد به قسمی که  $1\Phi = 2$ . آنگاه  $\text{Ker } \Phi$  کدام است؟

۱.  $\{0, 3, 6, 9\}$
۲.  $Z_{12}$
۳.  $Z_3$
۴.  $\{0\}$

۶- فرض کنید  $H, K$  و  $L$  زیرگروههای نرمال گروه  $G$  و  $H \leq K \leq L$  باشد. همچنین فرض کنید  $A = \frac{G}{H}$  و  $B = \frac{K}{H}$  و

$C = \frac{L}{H}$  باشد. آنگاه  $\frac{A/B}{C/B}$  با کدامیک از گروه های زیر یکریخت است؟

۱.  $\frac{G}{H}$
۲.  $\frac{L}{H}$
۳.  $\frac{G}{L}$
۴.  $\frac{K}{L}$



۷- مرکز گروه  $S_3$  کدام است؟

۱.  $\{E\}$       ۲.  $\{\rho_0\}$       ۳.  $S_3$       ۴.  $A_3$

۸- سری بالا رونده مرکز گروه  $D_4$  (گروه تقارنهای مربع) کدام است؟

۱.  $\{\rho_0\} \leq \{\rho_0, \rho_2\} \leq D_4 \leq D_4 \leq \dots$       ۲.  $\{\rho_0\} \leq \{\rho_0\} \leq \{\rho_0\} \leq \dots$   
 ۳.  $D_4 \leq D_4 \leq D_4 \leq \dots$       ۴.  $\{\rho_0, \rho_2\} \leq \{\rho_0, \rho_2\} \leq \{D_4\} \leq \{D_4\} \leq \dots$

۹- فرض کنید  $G$  یک گروه باشد. گزینه نادرست کدام است؟

۱. هر  $G$ -مجموعه یک گروه است.  
 ۲. اگر  $X$  یک  $G$ -مجموعه و  $x_1, x_2 \in X$  و  $g \in G$  باشد آنگاه از  $x_1 g = x_2 g$  نتیجه می شود که  $x_1 = x_2$ .  
 ۳. اگر  $X$  یک  $G$ -مجموعه باشد آنگاه برای هر  $x \in G$ ،  $G_x$  یک زیرگروه  $G$  است.  
 ۴. اگر  $X$  یک  $G$ -مجموعه و  $x \in X$  و  $G$  یک گروه متناهی باشد آنگاه  $|G_x| = |xG|$ .

۱۰- فرض کنید  $G$  یک گروه متناهی و  $X$  یک  $G$ -مجموعه متناهی باشد. اگر  $r$  تعداد مدارها در  $X$  تحت  $G$  باشد آنگاه

$$\sum_{g \in G} |X_g| \text{ کدام است؟}$$

۱.  $r \cdot |G|$       ۲.  $|G|$       ۳.  $(G : G_x)$       ۴.  $r$

۱۱- گروه  $G$  و عدد اول  $P$  را در نظر بگیرید.  $G$  یک  $P$ -گروه است هر گاه:

۱. مرتبه هر عضو  $G$  توانی از  $P$  باشد.  
 ۲.  $G$  دارای یک عنصر از مرتبه  $P$  باشد.  
 ۳.  $|G|$  عدد اول  $P$  باشد.  
 ۴.  $P$  مرتبه گروه  $G$  را بشمارد.

۱۲- یک سیلو زیرگروه از یک گروه  $G$  کدام است؟

۱. یک زیرگروه ماکزیمال از  $G$  است.  
 ۲. یک  $P$ -زیرگروه از  $G$  است. ( $P$  عدد اول)  
 ۳. یک  $P$ -زیرگروه ماکزیمال از  $G$  است. ( $P$  عدد اول)  
 ۴. یک زیرگروه نرمال از  $G$  است.

۱۳- فرض کنید  $G$  یک گروه متناهی و  $X$  یک  $G$ -مجموعه متناهی باشد. تعداد مدارها در  $X$  تحت  $G$  برابر است با:

۱.  $\frac{1}{|G|}$       ۲.  $\sum_{g \in G} |X_g|$       ۳.  $|G| \sum_{g \in G} |X_g|$       ۴.  $\frac{1}{|G|} \sum_{g \in G} |X_g|$



۱۴- گزینه درست کدام است؟

۱. اگر  $G$  یک گروه آبدلی و  $H \leq G$  باشد آنگاه  $N[H] = H$ .
۲. هر  $P$ -زیرگروه از یک گروه متناهی یک سیلو  $P$ -زیرگروه است. ( $P$  عدد اول)
۳. نرمالساز زیرگروه  $H$  از  $G$  یک زیرگروه نرمال  $G$  است.
۴. اگر  $H$  یک زیرگروه  $G$  باشد آنگاه  $H$  زیرگروه نرمال  $N[H]$  است.

۱۵- فرض کنید  $G$  گروهی از مرتبه ۱۵ باشد. آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱.  $G$  ساده است.
۲.  $G$  دارای یک زیرگروه نرمال از مرتبه ۵ می باشد.
۳.  $G$  حداقل یک زیرگروه از مرتبه ۵ دارد.
۴.  $G$  دقیقاً یک زیرگروه از مرتبه ۵ دارد.

۱۶- کدام گزینه نادرست است؟

۱. هر دو زیرگروه  $P$ -سیلو ( $P$  عدد اول) از یک گروه متناهی مزدوج هستند.
۲. هر سیلو  $P$ -زیرگروه از یک گروه متناهی از مرتبه توانی از  $P$  است. ( $P$  عدد اول)
۳. هر گروه آبدلی متناهی دقیقاً یک سیلو  $P$ -زیرگروه برای هر عدد اول  $P$  که مرتبه  $G$  را می شمارد دارد.
۴. یک گروه از مرتبه توانی از عدد اول  $P$  سیلو  $P$ -زیرگروه ندارد. ( $P$  عدد اول)

۱۷- یک سیلو ۳-زیرگروه از یک گروه از مرتبه ۱۲ گروهی از مرتبه چند است؟

۱. ۳
۲. ۴
۳. ۱۲
۴. ۱

۱۸- گزینه نادرست کدام است؟

۱. هر گروه از مرتبه ۴۲ صاحب یک زیرگروه نرمال از مرتبه ۷ است.
۲. هر گروه از مرتبه ۴۲ یک زیرگروه نرمال از مرتبه ۸ دارد.
۳. گروهی ساده از مرتبه ۲۱ وجود ندارد.
۴. هر گروه از مرتبه ۴۲ ساده نیست.

۱۹- کدام گزینه نادرست است؟

۱. گروهی ساده از مرتبه ۲۰ وجود ندارد.
۲. هر گروه از مرتبه ۱۵ دوری و در نتیجه ساده است.
۳. گروهی ساده از مرتبه ۴ وجود ندارد.
۴. گروهی ساده از مرتبه ۴۸ وجود ندارد.



۲۰- گزینه نادرست کدام است؟

- ۰۱ هر گروه از مرتبه توانی از یک عدد اول حل پذیر است.  
 ۰۲ هر گروه حل پذیر از مرتبه توانی از یک عدد اول است.  
 ۰۳ هر گروه از مرتبه  $P^2$  (P عدد اول) آبلی است.  
 ۰۴ هر گروه از مرتبه عدد اول P دوری است.

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

۱- فرض کنید  $G = Z_{24}$ ،  $H = \langle 4 \rangle$  و  $N = \langle 6 \rangle$  باشد.

الف) مطلوب است تعیین مجموعه  $HN$  (برای گروه جمعی) و مجموعه  $H \cap N$ .

ب) مطلوب است تعیین مجموعه  $\frac{HN}{N}$  و مجموعه  $\frac{H}{H \cap N}$ .

ج) تناظر دوسویی بین  $\frac{HN}{N}$  و  $\frac{H}{H \cap N}$  برقرار کنید.

نمره ۱.۷۵

۲- فرض کنید G یک گروه و X یک  $G$ -مجموعه متناهی باشد. اگر r تعداد مدارها در X تحت G باشد آنگاه

نمره ۱.۷۵

۳- فرض کنید H یک P-زیرگروه از گروه متناهی G باشد (P عدد اول). اگر  $P \mid [G:H]$  آنگاه  $N(H) \neq H$ .

نمره ۱.۷۵

۴- نشان دهید که هر گروه از مرتبه ۱۶ ساده نیست.