



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۱۰

تعداد سوالات: تستی: ۱۴ تشریحی: ۳

درس: حل عددی معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۰

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- جواب معادله تفاضلی مقابل عبارت است از:

$$y_{n+2} + 5y_{n+1} + 6y_n = 12$$

$$y_n = c_1 2^n + c_2 3^n + 12 \quad .2$$

$$y_n = c_1 (-2)^n + c_2 (+3)^n + 12 \quad .4$$

$$y_n = c_1 (-2)^n + c_2 (-3)^n + 1 \quad .1$$

$$y_n = c_1 (2)^n + c_2 (-3)^n + 1 \quad .3$$

۲- روش نقطه میانی یک روش

.۲ دو-گامی ضمنی است.

.۴ با مرتبه ۳ است.

.۱ تک-گامی ضمنی است.

.۳ دو-گامی صریح است.

۳- خطای برشی موضعی روش دوزنقه ای به کدام صورت زیر است؟

$$\pm \frac{1}{12} h^3 y^{(3)}(x_n) \quad .2$$

$$\pm \frac{1}{3} h^4 y^{(4)}(x_n) \quad .4$$

$$\pm \frac{1}{3} h^3 y^{(3)}(x_n) \quad .1$$

$$\pm \frac{1}{12} h^2 y^{(2)}(x_n) \quad .3$$

۴- یک روش چندگامی خطی همگرا گفته می شود اگر

.۱ سازگار و صفر پایدار باشد.

.۲ خطای برشی موضعی آن به صفر میل کند زمانی که طول گام روش به صفر میل می کند.

.۳ خطای تجمعی به صفر میل می کند زمانی که طول گام روش به صفر میل می کند.

.۴ الف و ج



۵- خطای برشی k -گامی موضعی یک روش خطی برای حل مساله مقدار اولیه به کدام صورت زیر تعریف می شود؟

۱. $L[y(x);h]$ که در آن L عملگر مربوط به روش بوده و $Y(x)$ جواب واقع مساله مقدار اولیه است.

۲. $L[y_n(x);h]$ که در آن L عملگر مربوط به روش بوده و $Y(x)$ جواب واقعی مساله مقدار اولیه است.

۳. $L[y(x_n);h]$ که در آن L عملگر مربوط به روش بوده و $Y(x)$ جواب دقیق روش عددی است.

۴. $L[y(x);h]$ که در آن L عملگر مربوط به روش بوده و $Y(x)$ جواب دقیق روش عددی است.

۶- روش k -گامی

$$\sum_{j=0}^k \alpha_j y_{n+j} = h \sum_{j=0}^k \beta_j f_{n+j}$$

را صفر پایدار گویند، اگر

۱. مرتبه روش حداقل ۲ باشد.

۲. مرتبه روش حداقل یک باشد.

$$\sum_{j=0}^k \alpha_j = 0 \text{ و } \sum_{j=0}^k \alpha_j = \sum_{j=0}^k \beta_j$$

۴. الف و ج

۷- یک روش k -گامی بهینه گفته می شود، اگر

۲. k فرد بوده و مرتبه روش $K+2$ باشد.

۱. صفر پایدار و سازگار باشد.

۴. k زوج بوده و مرتبه روش $K+1$ باشد.

۳. k زوج بوده و مرتبه روش $K+2$ باشد.



۸- نقاط آغازین در یک روش k -گامی ضمنی را

۱. یک روش صریح k -گامی بدست می آوریم.

۲. از روشهای با گامهای کمتر از K بدست می آوریم.

۳. از روشهای تک گامی تعیین می کنیم.

۴. از روی جواب واقعی مساله تعیین می کنیم.

۹- روش K گامی $\sum_{j=0}^k \alpha_j y_{n+j} = h \sum_{j=0}^k \beta_j f_{n+j}$ را از کلاس (رده) A گویند هرگاه:

۱. $\sum_{j=0}^k \alpha_j = 0, \alpha_k = 1, \alpha_j \leq 0, j = 0, 1, \dots, k-1$

۲. $\sum_{j=0}^k \alpha_j = 0, \alpha_k = 1, \alpha_j \geq 0, j = 0, 1, \dots, k-1$

۳. $\sum_{j=0}^k \alpha_j = 0, \alpha_k = -1, \alpha_j \geq 0, j = 0, 1, \dots, k-1$

۴. هیچ کدام



۱۰- چند جمله‌ای پایداری روش k -گامی خطی به کدام صورت زیر تعریف می‌شود؟

۱. $\pi(r, h) = \rho(r) - h\bar{h}\delta(r)$ که در آن ρ و δ بترتیب چند جمله‌ایهای مشخصه اول و دوم هستند.

$$\sum_{j=0}^k (\alpha_j y_{n+j} - h\lambda\beta_j) r^j = 0 \quad .2$$

$$\sum_{j=0}^k (\alpha_j - \lambda\beta_j) r^j = 0 \quad .3$$

۴. الف و ج

۱۱- روش شور یک روش برای تعیین

۱. بازه مطلق روش است. ۲. بازه پایداری نسبی روش است

۳. سازگاری و صفر پایداری روش است. ۴. الف و ج

۱۲- بازه پایداری مطلق روش اوایلر عبارت است از

۱. تهی است. ۲. $(-2, 0)$ ۳. $(-\sqrt{2}, 0)$ ۴. $(-1, 0)$

۱۳- بازه پایداری مطلق و نسبی روش سیمسون به ترتیب برابر است با

۱. تهی و $(-\infty, 0)$ ۲. $(-2, 0)$ و $(0, +\infty)$

۳. تهی و $(0, +\infty)$ ۴. $(-\infty, 0)$ و $(0, +\infty)$



۱۴- در روشهای پیشگو-اصلاحگر بهتر است

۱. مرتبه روش پیشگو بیشتر از مرتبه روش اصلاحگر باشد.
۲. مرتبه هر دو روش یکسان باشد.
۳. مرتبه روش پیشگو یکی کمتر از مرتبه روش اصلاحگر باشد.
۴. مرتبه‌های هر دو روش پیشگو و اصلاحگر هیچ تاثیری در مرتبه روش پیشگو-اصلاحگر ندارند.

سوالات تشریحی

نمره ۲.۴۱

۱- روش سیمسون

$$y_{n+2} - y_n = \frac{h}{3} (f_{n+2} + 4f_{n+1} + f_n)$$

را در نظر بگیرید.

الف) ثابت کنید این روش از مرتبه چهار بوده و بهینه است.

ب) بازه پایداری مطلق آن را با استفاده از روش هورواتز بدست آورید.



$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + hk_2 \\ k_1 = f(x_n, y_n), \\ k_2 = f\left(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_1\right) \end{cases}$$

را برای حل مساله مقدار اولیه

$$y' = x + y, \quad y(0) = 1$$

در نظر بگیرید.

الف) با فرض $h = 0.1$ مقدار تقریبی $y(0.1)$ را با این روش بدست آورید.

ب) ناحیه پایداری مطلق روش مزبور را تعیین کنید.

۳- عملگر $L(y(x); h)$ و خطای برشی موضعی را برای روشهای k -گامی تعریف نموده و ثابت کنید

$$\left[1 - h\beta_k \frac{\partial f(x_{n+k}, \theta_{n+k})}{\partial y}\right] [y(x_{n+k}) - y_{n+k}] = T_{n+k}$$

که در آن θ_{n+k} عددی در بازه y_{n+k} و $y(x_{n+k})$ است.