



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه معادلات و دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ کد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۱۱۱۰۵۱) ریاضی کاربردها (۱۱۱۱۴۳۳)

مجاز است.

استفاده از:

۱. کدام یک از معادلات زیر خطی می باشند؟

الف - $u^{(4)} + u' + e^t = 0$

ب - $u^4 + u' + t = 0$

ج - $u'u + t = 0$

د - $u' + e^u = t$

۲. اگر $\frac{\partial g}{\partial u}$ روی ناحیه D پیوسته باشد، آنگاه عدد ثابتی چون K وجود دارد، بطوریکه برای (t, u_1) و $(t, u_2) \in D$ رابطه زیر برقرار است:

الف - $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| \geq K|u_1 - u_2|$

ب - $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| \leq |u_1 - u_2|^K$

ج - $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| > \frac{|u_1 - u_2|}{K}$

د - $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| \leq K|u_1 - u_2|$

۳. اگر F خانواده یکسان پیوسته از توابع کراندار باشد که در هر نقطه بازه ای چون I یکسان پیوسته است، در این صورت هر دنباله $\{f_n\}$ در F زیر دنباله ای دارد که روی هر زیر بازه فشرده ای از I ----- است-

الف - نقطه ای همگراست

ب - نقطه ای کراندار است-

ج - یکنواخت کراندار است-

د - یکنواخت همگراست-

۴. فرض کنید $0 < c < 1$ ، u و v توابع نامنفی پیوسته روی $[t_0, t_0 + a]$ باشند که در نامساوی

$$u(t) \leq c + \int_{t_0}^t u(s)v(s)ds$$
 صدق میکنند، آنگاه:

الف - $u(t) \leq c \int_{t_0}^t v(t)dt$

ب - $u(t) \leq ce^{\int_{t_0}^t v(t)dt}$

ج - $u(t) \leq c + \int_{t_0}^t v(t)dt$

د - $u(t) \leq c + e^{\int_{t_0}^t v(t)dt}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه معادلات و دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۱۱۱۰۵۱) ریاضی کاربردها (۱۱۱۱۴۳۳)

مجاز است.

استفاده از:

۵. نام این قضیه چیست؟ " اگر S یک زیرمجموعه بسته یک فضای باناخ B و T نگاشت انقباضی از S در S باشد، آنگاه T یک نقطه ثابت دارد."

الف - قضیه نقطه ثابت

ب - قضیه نقطه ثابت تیخونوف

ج - اصل نگاشت انقباضی

د - هیچ کدام

۶. کدام یک از توابع زیر وابسته خطی می باشند؟

الف - e^{-3t}, e^{7t}

ب - e^t, e^{2t}

ج - e^{2t-3}, e^{2t+5}

د - $5 \sin t, \sin t$

۷. کدام یک از گزاره های زیر نادرست است؟

الف - مقادیر ویژه یک ماتریس ریشه های چند جمله ای مشخصه آن می باشند.

ب - ماتریسهای متشابه، چند جمله ای مشخصه یکسان دارند.

ج - موارد الف و ب.

د - هیچ کدام.

۸. اگر φ یک ماتریس اصلی دستگاه $\chi' = A(t)\chi$ باشد، آنگاه ψ یک ماتریس اصلی دستگاه $\chi' = A(t)\chi$ است،

اگر و تنها اگر $\psi^T \varphi$ یک ماتریس ----- است.

الف - ثابتی

ب - نامنفرد و ثابتی

ج - صفر

د - همانی

۹. یک شرط لازم و کافی برای اینکه $y_1(t), \dots, y_n(t)$ یک دستگاه از جواب اصلی

$$y^{(n)} + a_1(t)y^{(n-1)} + \dots + a_n(t)y = 0$$

باشد این است که:

د - $W(t) \neq 1$

ج - $W(t) \neq 0$

ب - $W(t) = 1$

الف - $W(t) = 0$



مجاز است.

استفاده از:

۱۰. یک شرط لازم و کافی برای اینکه قسمت‌های حقیقی تمام ریشه‌های چند جمله‌ای با ضریب حقیقی

$$l(\lambda) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$$

منفی باشد این است که:

الف- $a_1, a_2, a_3 > 0$ و $a_1a_2 - a_3 > 0$ ب- $a_1, a_2, a_3 < 0$

ج- $a_1, a_2, a_3 < 0$ و $a_1a_2 - a_3 > 0$ د- $a_1, a_2, a_3 > 0$

۱۱. هرگاه قسمت‌های حقیقی تمام ویژه - مقادیر ماتریس A منفی باشد، آنگاه ماتریس A را چه می‌نامیم؟

الف- ناپایدار ب- مجانبا پایدار ج- نقطه زینی د- پایدار

۱۲. نقطه بحرانی (0,0) دستگاه $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 + 4x_2 \\ x'_2 = 3x_1 + x_2 \end{cases}$ چه نوع است؟

الف- پایدار ب- مجانبا پایدار ج- نقطه زینی د- ناپایدار

۱۳. تمام جوابهای معادله $u'' + (1 + b(t) + c(t))u = 0$ روی $[0, +\infty)$ کراندارند هرگاه:

الف- $\int_0^{+\infty} |b(t)| dt < \infty$ ب- $\int_0^{+\infty} |c'(t)| dt < \infty$

ج- $\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = 0$ د- هر سه مورد

۱۴. جوابهای نابدیهی معادله $u'' + \varphi(t)u = 0$ نوسانی هستند، هرگاه:

الف- برای هر $t: \varphi(t) \geq m^2$ ب- برای هر $t: \varphi(t) \leq 0$

ج- برای هر $t: \varphi(t) \geq 0$ د- برای هر $t: \varphi(t)$ پیوسته باشد

۱۵. تابع $V(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_3^2$ در R^3 چه نوع است؟

الف- معین مثبت ب- نیمه معین منفی ج- معین منفی د- نیمه معین مثبت



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه معادلات و دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۱۱۱۰۵۱) ریاضی کاربردها (۱۱۱۱۴۳۳)

مجاز است.

استفاده از:

۱۶. تابع $V(t, x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2) \sin^2 t$

الف - معین مثبت است. ب- نیمه معین مثبت است.

ج - نیمه معین مثبت و کاهنده است. د - کاهنده نیست.

۱۷. در چه صورت تمام جوابهای $u'' + (1 + b(t))u = 0$ برای $x(t)$ روی $[0, +\infty)$ کراندارند؟

الف - $\lim_{t \rightarrow +\infty} b(t) = 0$ ب- $\int_0^{+\infty} |b(t)| dt < \infty$

ج - $b(t)$ تابع پیوسته باشد. د - $b(t)$ کراندار باشد.

۱۸. اگر به ازای هر $\epsilon > 0$ عددی چون $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ وجود داشته باشد که به ازای هر جواب $\tilde{x}(t)$ از \tilde{x}

$x' = F(t, x)$ از نابرابریها $t_1 > t_0$ نتیجه شود $\|\tilde{x}(t_1) - x(t_1)\| < \tau$ و $\|\tilde{x}(t_1) - x(t_1)\| < \epsilon$ $t \geq t_0$

آنگاه $x(t)$ چه نوع جوابی از $x' = F(t, x)$ است؟

الف - یکنواخت پایدار ب - مجانباً پایدار ج - قویاً پایدار د - نا پایدار

۱۹. تمام جوابهای دستگاه $x' = A(t)x$ که در آن ماتریسی $n \times n$ و پیوسته بر $[0, \infty)$ و x یک n - بردار

است پایدارند، اگر و تنها اگر:

الف - مجانباً پایدار باشند. ب - قوی پایدار باشند.

ج - کراندار باشند. د - یکنواخت پایدار باشند.

۲۰. کدام یک از گزاره های زیر در مورد نرم برقرار است؟

الف - برای هر $\|x\| \geq 0$ و $\|x\| = 0$ اگر و تنها اگر $x = 0$

ب - به ازای هر عدد حقیقی λ ، $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$

ج - برای هر $x, y \in R^n$ ، $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$

د - هر سه مورد



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه معادلات و دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ کد درس: ریاضی کاربردی محض (۱۱۱۱۰۵۱) ریاضی کاربردها (۱۱۱۱۴۳۳)

مجاز است.

استفاده از:

سوالات تشریحی:

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. ثابت کنید اگر $v(t)$ و $w(t)$ به ترتیب توابع پایین و بالای مساله با مقدار اولیه $u(t_0) = u_0$ ، $u' = g(t, u)$ روی J_1 باشند و اگر جوابی از این مساله باشد که $v(t_0) = u_0 = w(t_0)$ آنگاه نابرابری $v(t_0) = u_0 = w(t_0)$ روی $(t_0, t_0 + a)$ برقرار است.

۲. ثابت کنید $\chi' = A(t)\chi$ و c یک ماتریس ثابت نامنفرد باشد، آنگاه φc نیز یک ماتریس اصلی $\chi' = A(t)\chi$ است، به علاوه هر ماتریس اصلی $\chi' = A(t)\chi$ به صورت φc است که در آن c ماتریسی است ثابت و عادی

۳. ثابت کنید اگر قسمت‌های حقیقی تمام ویژه مقادیر A منفی باشد، آنگاه به ازای هر جواب $\chi(t)$ از $\chi' = A\chi$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|\chi(t)\| = 0 \quad \text{داریم:}$$

۴. معادله دیفرانسیل مرتبه سوم $y''' - 3y' + 2y = 9e^t, t > 0$ را حل کنید.

۵. پایداری جواب صفر دستگاه $\begin{cases} \chi_1' = -\chi_1 - \chi_2 - \chi_1^3 \\ \chi_2' = \chi_1 - \chi_2 - \chi_2^3 \end{cases}$ را معین کنید.