



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱. اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد چگالی $|X|$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} ; 0 < x < \infty$; ب. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} ; 0 < x < \infty$;

ج. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} ; -\infty < x < +\infty$; د. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} ; -\infty < x < \infty$;

۲. فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت در بازه $(0, 2\pi)$ باشد تابع چگالی احتمال $Y = \sin^2 X$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{\sqrt{y(1-y)}}$; ب. $\frac{1}{\pi\sqrt{y(1-y)}}$;

ج. $\frac{1}{y\sqrt{\pi(1-y)}}$; د. $\frac{1}{\pi\sqrt{1-y}}$;

۳. تابع چگالی توام دو متغیر تصادفی Y, X عبارت است از $f(x, y) = e^{-(x+y)}$

تابع چگالی $T = \frac{X}{Y}$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{(1+t)^2}$; ب. $(1+t)^2$;

ج. $(1+t)$; د. $\frac{1}{1+t}$;

۴. اگر چگالی احتمال X_1, X_2, X_3 به صورت $f(x_1, x_2, x_3) \begin{cases} e^{-(x_1+x_2+x_3)} & x_i > 0 \\ 0 & 0 \leq x_i \end{cases}$ باشد توزیع چگالی

$Y = X_1 + X_2 + X_3$ کدام است؟

الف. نرمال ب. کی دو ج. توزیع F د. گاما



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۵. اگر X_S, X_R, r آمین و S آمین، متغیرهای تصادفی به اندازه n باشند که از جامعه متناهی به اندازه n استخراج شده اند آن گاه $CoV(X_R, X_S)$ کدام است؟

الف. $\frac{\sigma^2}{N}$ ب. $\frac{\sigma^2}{N-1}$ ج. $\frac{-\sigma^2}{N-1}$ د. $-\frac{\sigma^2}{N+1}$

۶. اگر \bar{X} میانگین نمونه‌ای تصادفی به اندازه n از جامعه‌ای متناهی به اندازه N با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد آنگاه $Var(\bar{X})$ کدام است؟

الف. $\frac{\sigma^2}{n}$ ب. $\frac{N-n}{N-n} \sigma^2$ ج. $\frac{N-n}{N-n} \cdot \frac{\sigma^2}{n}$ د. $\frac{N-n}{N-1} \cdot \frac{\sigma^2}{n}$

۷. با استفاده از خواص توزیع F مقدار $F_{1-\alpha}(V_1, V_2)$ کدام است؟

الف. $F_{\alpha}(V_2, V_1)$ ب. $\frac{1}{F_{\alpha}(V_2, V_1)}$ ج. $\frac{1}{F_{\alpha}(V_1, V_2)}$ د. $F_{1-\alpha}(V_2, V_1)$



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۸. اگر σ^2 مقدار واریانس نمونه‌ای از جامعه‌ای نرمال با اندازه n باشد فاصله اطمینان برای σ^2 کدام است؟

الف. $\frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$
 ب. $\frac{ns^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{ns^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$
 ج. $\frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{(n-1)s^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$
 د. $\frac{ns^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}, \frac{ns^2}{X^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)}$

۹. اگر X_1, X_2, X_3 متغیرهای تصادفی با توزیع نرمال استاندارد باشند و $y = \sum_{i=1}^3 X_i^2$ آن گاه $M_y(t)$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{(1-3t)^2}$ ب. $\frac{1}{(1-2t)^2}$ ج. $\frac{1}{(1-3t)^3}$ د. $\frac{3}{(1-2t)^2}$

۱۰. اگر X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی به حجم n از جامعه نرمال باشد برآورد درست‌نمایی ماکزیمم توام پارامتر σ^2 کدام است؟

الف. $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n}$ ب. $\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \hat{X})^2}{n-1}$
 ج. $\frac{(X_i - \bar{X})^2}{n}$ د. $\frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}$

۱۱. اگر θ' برآورد سازگار برای θ باشد آن گاه به ازای هر $c > 0$:

الف. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta' - \theta| < c) = 0$ ب. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta' - \theta| > c) = 0$
 ج. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta - \theta'| < c) = 0$ د. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\theta' - \theta| > c) = 1$



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۲. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از جامعه‌ای با توزیع یکنواخت بر بازه $(0, \theta)$ باشد در اینصورت مقدار k چقدر باشد تا $k\bar{x}$ یک برآورد گر ناریب برای θ باشد؟

- الف. ۴ ب. ۲ ج. $\frac{1}{4}$ د. ۱

۱۳. فرض کنید $X_1, X_2, \dots, X_n \sim f_x(x, \theta)$ باشد که در آن $x \geq \theta$ $f(x, \theta) = e^{-(x-\theta)}$ در اینصورت برآورد حداکثر درست‌نمایی θ کدام است؟

- الف. \bar{X} ب. $\sum_{i=1}^n X_i$ ج. $\min_{i=1}^n X_i$ د. $\max_{i=1}^n X_i$

۱۴. برای برآورد نسبت، حجم نمونه را چقدر فرض کنیم تا بتوان ۹۵ درصد حکم کنیم که قدر مطلق خطا کمتر از ۰/۰۲ می‌باشد؟

$$(Z_{0.025} = 2)$$

- الف. ۲۵ ب. ۲۵۰ ج. ۲۵۰۰ د. ۱۲۵

۱۵. کدام گزینه نادرست است؟

- الف. رد فرض H_0 وقتی H_1 درست است خطای نوع اول است.
ب. رد فرض H_0 وقتی H_0 نادرست است خطای نوع اول است.
ج. قبول فرض H_0 وقتی H_1 نادرست است خطای نوع دوم است.
د. رد فرض H_1 وقتی H_1 درست است خطای نوع دوم نامیده می‌شود.



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۶. کدامیک از موارد زیر درست است؟

الف. برای n بزرگ $-2Ln\lambda$ به توزیع کی دو با یک درجه آزادی میل می کند.

ب. اگر H_0 فرض ساده‌ای باشد در آزمون نسبت در درستنمائی k طوری است که اندازه ناحیه بحرانی β است.

$$\pi(\theta) = \beta(\theta)$$

ج. تابع توان عبارت است از $\theta \in \Theta_1$

د. هرگاه $P -$ مقدار کمتر از مقدار α باشد فرض H_0 پذیرفته می شود.

۱۷. برای آزمون فرض برابری k جامعه دو جمله‌ای با پارامترهای $\theta_1, n_1, \theta_2, n_2, \dots, \theta_k, n_k$ وقتی پارامتر جامعه مجهول

می باشد برآورد θ کدام است؟

$$\frac{\theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_K}{K} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{\sum_{i=1}^K X_i}{\sum_{i=1}^K n_i} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{K \sum_{i=1}^K \theta_i}{n} \quad \text{د.}$$

$$\frac{n \sum_{i=1}^K \theta_i}{K} \quad \text{ج.}$$

۱۸. فرض کنید Y, X متغیرهای تصادفی توأم با چگالی $f(x, y) = \begin{cases} xe^{-x(1+y)} & x > 0 \\ & y > 0 \\ & 0 \end{cases}$ باشد معادله رگرسیون y x روی x کدام است؟

$$e^{-x} \quad \text{د.}$$

$$xe^{-xy} \quad \text{ج.}$$

$$\frac{1}{y} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{1}{x} \quad \text{الف.}$$



مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۱۹. با فرض $n = 10$ ، $\sum x_i = 100$ ، $\sum x_i^2 = 1376$ ، $\sum y_i = 564$ ، $\sum x_i y_i = 6945$ مقدار $\hat{\beta}$ در معادله خط

رگرسیونی کدام است؟

الف. $+ 21/69$ ب. $- 21/69$ ج. $+ 3/471$ د. $- 3/471$

۲۰. از دو نمونه‌ای تصادفی مستقل از جوامع نرمال با واریانسهای مشترک اطلاعات زیر داده شده است. برآورد ادغامی انحراف

$$n_1 = 4 \quad s_1 = 31$$

$$n_2 = 4 \quad s_2 = 26$$

استاندارد کدام است؟

الف. $28/609$ ب. $818/5$ ج. $256/12$ د. $4/25$

سوالات تشریحی

$$f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & 0 < x_1 < 1 \\ & 0 < x_2 < 1 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

۱. اگر چگالی توام X_1, X_2 به صورت

باشد مطلوب است چگالی: الف. $Y = X_1 + X_2$ ب. $Z = X_1 \times X_2$



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۲. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی به اندازه‌ی n از جامعه‌ای یکنواخت

$$f(x, \theta) = \begin{cases} 1 & \theta - \frac{1}{2} < x < \theta + \frac{1}{2} \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

باشد. آماره بسنده، و برآورد درست‌نمایی ماکسیمم برای θ را بیابید.

۳. نشان دهید S_p^2 (واریانس ادغام مربع انحراف از میانگین دو نمونه از جامعه نرمال با واریانسهای نامعلوم ولی برابر) یک

برآورد کننده نااریب برای σ^2 است و تحت شرایط مطلوب واریانس آن را محاسبه کنید.

۴. می‌خواهیم نمونه‌ای تصادفی به اندازه n از جامعه‌ای نرمال با $\sigma^2 = 1$ استفاده کرده و فرض صفر $\mu = \mu_0$ را در برابر

مقابل $\mu = \mu_1$ با $\mu_1 > \mu_0$ آزمون کنیم. با استفاده از لم نیمین پیرسون تواناترین ناحیه بحرانی به اندازه‌ی α را بیابید.

۵. یک شرکت تولید فرآورده‌های نفتی مدعی است که کمتر از ۲۰ درصد دارندگان اتومبیل، بنزین تولیدی آن شرکت را نمی‌خرند

این ادعا را در صورتی که یک بررسی تصادفی نشان دهد که از صاحبان ۲۰۰ دستگاه اتومبیل، ۲۲ نفر از بنزین تولیدی این شرکت

استفاده نکرده‌اند در سطح $\alpha = 0.01$ آزمون کنید. $Z_{0.01} = -2.33$