



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: 5

نام درس: جبر خطی آمار

رشته تحصیلی / کُد درس: آمار-۲۷-۱۱۱۷۰

مجاز است.

استفاده از: --

۱. اگر  $A$  یک ماتریس پادمتقارن باشد کدام گزینه درست است؟

ب.  $A + A' = 0$

الف.  $A - A' = 0$

د.  $tr A' \neq 0$

ج.  $AA' = 0$

۲. هر گاه  $A$  یک ماتریس وارون پذیر باشد کدام گزینه درست است؟ ( $K$  یک عدد حقیقی ناصفر است)

ب.  $(KA^{-1}) = KA^{-1}$

الف.  $(A^n)^t = (A^t)^n$

د.  $A + A^T = 2A$

ج.  $|AA^t| < 1$

۳. کدام گزینه درست است؟

الف. اگر قطر اصلی یک ماتریس صفر باشد، آن ماتریس وارون پذیر نیست.

ب. اگر  $A$  منفرد باشد، آن گاه  $A$  لزوماً هم ارز سطری یک ماتریس است که دارای یک سطر صفر است.

ج. حاصل ضرب دو ماتریس مقدماتی یک ماتریس مقدماتی است.

د. اگر  $AB$  متقارن باشد،  $B^* A^*$  نیز متقارن است

۴. ماتریس  $A$  هم ارز سطری ماتریس  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  است چگونه ماتریسی است؟

ب. وارون پذیر است

الف. مقدماتی سطری است

د. منفرد است

ج. متقارن است

۵. فرض کنید  $V$  مجموعه کلیه توابع حقیقی پیوسته بر بازه  $[0, 1]$  باشد از مجموعه های زیر کدام یک زیر فضای  $V$  است؟

ب. مجموعه توابع با شرط  $f(0) = 1$

الف. مجموعه توابع ثابت

د. مجموعه توابع با شرط  $f(0) = -1$

ج. مجموعه توابع مثبت

۶. از مجموعه های زیر کدام یک مولد  $R^3$  است؟

ب.  $X_2 = \left\{ \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}$

الف.  $X_1 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$

د.  $X_4 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$

ج.  $X_3 = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$



مجاز است.

استفاده از:

۷. رتبه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & -2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 \\ 5 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$  کدام است؟

- الف. ۱  
ب. ۲  
ج. ۳  
د. ۴

۸. بعد فضای  $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ -a & c \end{bmatrix} \mid a, b, c \in n \right\}$  از فضای ماتریسهای  $2 \times 2$  روی  $R$  برابر است با:

- الف. صفر  
ب. ۱  
ج. ۲  
د. ۳

۹. تحت ضرب داخلی  $f.g = \int_0^1 f(t)g(t)dt$  کسینوس زاویه بین  $f(t) = t$ ،  $g(t) = t-1$  کدام است؟

- الف.  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$   
ب.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
ج.  $-\frac{1}{2}$   
د.  $\frac{1}{2}$

۱۰. در فضای برداری  $R^3$  ماتریس ضرب داخلی نسبت به پایه مرتب  $T = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$  کدام است؟

ب.  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$



مجاز است.

استفاده از:

۱۱. هر گاه  $L \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $L \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  در تبدیل خطی  $L: R^2 \rightarrow R^2$  کدام است؟

ب.  $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

۱۲. هر گاه  $L_1 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 2x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \end{bmatrix}$ ,  $L^{-1} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  کدام است؟

ب.  $\begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$

۱۳. بعد  $\text{ran} L$  در تبدیل  $L \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 - n_2 \\ 2n_1 - 2n_2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

ب. ۳

الف. صفر

د. ۱

ج. ۲



مجاز است.

استفاده از:

۱۴. ماتریس نمایشگر تبدیل خطی  $L: R^2 \rightarrow R^3$  کدام است؟

$$L\left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ 2x_1 - x_2 \\ -3x_2 \end{bmatrix}$$

الف.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

ب.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 2 \\ -3 & 0 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix}$

۱۵. هر گاه  $A$  ماتریس نمایشگر تبدیل خطی  $L: V \rightarrow W$  باشد، کدام گزینه درست است؟

الف.  $\dim(\text{ran}L) = r(A)$

ب.  $\dim(\ker L) = r(A)$

ج.  $\dim(\ker L) + \dim W = \dim V$

د.  $\dim(\ker L) + \dim(\text{ran}L) = \dim W$

۱۶. اگر  $A^*$  ماتریس الحاقی ماتریس  $n \times n$ ،  $A$  باشد، آن گاه  $|A^*|$  برابر است با:

الف.  $|A|^{n-1}$

ب.  $|A|^n$

ج.  $|A|^{n+1}$

د.  $|A|$

۱۷.  $A$  ماتریس مربع از مرتبه ۳ است و  $|A| = 2$  هر گاه سه برابر سطر سوم  $A$  را به سطر اول آن اضافه کنیم دتر مینان

ماتریس حاصل برابر است با:

الف. ۲

ب. ۶

ج.  $3^2 \times 2$

د.  $3 \times 2^3$



مجاز است.

استفاده از:

۱۸. در ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  بعد فضای ویژه متناظر با مقدار ویژه  $\lambda = 1$  برابر است با:

الف. صفر

ب. ۱

ج. ۲

د. ۳

۱۹. برای ماتریس مربع  $A$  داریم  $A\alpha = \lambda\alpha$  کدام گزینه نادرست است؟

الف.  $(I - A)\alpha = (1 - \lambda)\alpha$

ب.  $(cA)\alpha = (c\lambda)\alpha$

ج.  $A^{-1}\alpha = \frac{1}{\lambda}\alpha$  ( $A$  نامنفرد)

د.  $A'\alpha = \lambda\alpha$

۲۰. هرگاه  $2x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_2x_3 - 2x_1x_3 = X'AX$  باشد  $X$ ،  $A$  کدام هستند؟

الف.  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$   $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$

ب.  $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$   $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$

ج.  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$   $X = [x_1, x_2, x_3]$

د.  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$   $X = [x_1, x_2, x_1^2]$



مجاز است.

استفاده از:

سوالات تشریحی

۱. نشان دهید که هر ماتریس مقدماتی نوع دوم وارون پذیر است و وارون آن یک ماتریس مقدماتی از همان نوع است.

۲. فرض کنید  $V$  یک فضای برداری و  $X$  یک زیر مجموعه متناهی از  $V$  باشد گستره  $X$  یعنی  $W = sp(X)$  را تعریف کرده و نشان دهید که  $W$  یک زیر فضای  $V$  است.

۳. پایه مرتب  $T = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3]$  که در آن  $\alpha_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $\alpha_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $\alpha_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  بر  $R^3$  در نظر بگیرید.

نسبت به ضرب متعارف به روش گرام، اشمیت از  $T$  یک پایه متعامد برای  $R^3$  بسازید

۴. فرض  $L: V \rightarrow W$  یک تبدیل خطی باشد. نشان دهید که  $L$  یک به یک است اگر و تنها اگر نگاره هر زیر مجموعه مستقل خطی از  $V$  یک زیر مجموعه مستقل خطی از  $W$  است

۵. برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  ماتریس های  $D$  و  $P$  را چنان تعیین کنید که  $A = PDP^{-1}$