



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱. فرض کنید X دارای توزیع یکنواخت روی بازه $(0, 1)$ باشد. اگر $Y = \ln \frac{X}{1-X}$ توزیع Y کدام است؟

الف - لجستیک استاندارد
ب - برنولی با پارامتر $\frac{e^y}{1+e^y}$

ج - کوشی استاندارد
د - نرمال استاندارد

۲. اگر Y, X دو متغیر تصادفی مستقل از هم با تابع چگالی یکسان $N(0, \sigma^2)$ باشند، آنگاه توزیع $Z = \left(\frac{X}{Y}\right)^2$ کدام است؟

الف - $F(2,2)$
ب - $t(1)$
ج - $t(2)$
د - $F(1,1)$

۳. فرض کنید $\{X_1, X_2, \dots\}$ دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع نمایی با پارامتر λ باشد. فرض کنید N متغیر تصادفی هندسی با پارامتر P و مستقل از متغیرهای $\{X_1, X_2, \dots\}$ باشد. آنگاه توزیع $Y = \sum_{i=1}^N X_i$ کدام است؟

الف - $Y \sim \Gamma(N, \lambda)$
ب - $Y \sim E((1-p)\lambda)$

ج - $Y \sim E(p\lambda)$
د - $Y \sim \Gamma(N, p\lambda)$

۴. فرض کنید X_1, X_2, X_3 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال استاندارد هستند و $Y = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$ باشند حال توزیع Y برابر است با:

الف - $N(0,1)$
ب - $N(0, \frac{1}{2})$
ج - $N(0, \frac{1}{3})$
د - $N(0, \frac{1}{4})$

۵. اگر X دارای تابع چگالی احتمال $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$ باشد، توزیع $Y = \frac{1}{X}$ کدام است؟

الف - $\text{cuchy}(1,1)$
ب - $\text{cuchy}(0,1)$

ج - $\beta(0,1)$
د - $\beta(1,1)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار ریاضی ۱ - آمار ریاضی (برآوردیابی)

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار - آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ریاضی (محض و کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار و

آمار ریاضی (برآوردیابی) ۱۱۱۷۱۵۷

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۶ - متغیر تصادفی X با چگالی احتمال $0 < x < 1$ ، $f(x) = 4x^3$ مفروض است. چگالی احتمال متغیر تصادفی

$Y = X^4$: $0 < x < 1$ کدام است؟

الف - نمایی با میانگین ۲ ب - نرمال استاندارد با میانگین ۱

ج - یکنواخت با بازه (۰، ۱) د - گاما با پارامترهای دو، دو

۷. اگر X_1, X_2 دارای متغیرهای تصادفی مستقل باشند که دارای توزیع دو جمله به ترتیب با پارامترهای $(n_1, \theta), (n_2, \theta)$ می باشند

حال توزیع $Y = X_1 + X_2$ کدام می باشد؟

الف - نمایی با پارامتر θ ب - دو جمله با پارامتر $(\theta, n_1 + n_2)$

ج - دو جمله با پارامتر $(n_1 + n_2, 2\theta)$ د - دو جمله با پارامتر $(2\theta, n_1 + n_2)$

۸. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن باشند وقتی که $n \rightarrow \infty$ توزیع W به سمت چه توزیعی میل می کند؟

$$\left[w = \frac{Y - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \right], \quad Y = \sum_{i=1}^n X_i$$

الف - $N(0, 1)$ ب - $U(0, 1)$ ج - $B(Y, \frac{1}{2})$ د - $P_o(n\lambda)$

۹. فرض کنید متغیر تصادفی X برای مقادیر $x=1, 2, \dots$ دارای تابع چگالی $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ باشد، در این صورت تابع چگالی

$Y = (-1)^X$ کدام است؟

الف - $f_Y(y) = \frac{1}{2}, y = 0, 1$ ب - $f_Y(+1) = \frac{1}{3}, f_Y(-1) = \frac{2}{3}$

ج - $f_Y(y) = (\frac{1}{2})^{\ln y}, y = 1, 2, 3, \dots$ د - $f_Y(y) = -\ln y, 0 < y < 1$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار ریاضی ۱ - آمار ریاضی (برآوردیابی)

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار - آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ریاضی (محض و کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار و

آمار ریاضی (برآوردیابی) ۱۱۱۷۱۵۷

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۱۰. فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی مستقل و دارای تابع چگالی یکسان زیرباشند:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\theta}{2} & x = -1, 1 \\ 1 - \theta & x = 0 \end{cases} \quad 0 < \theta < 1$$

آنگاه توزیع $Y = \sum_{i=1}^n |X_i|$ کدام است؟

الف - $Bin(n, \frac{\theta}{2})$

ب - $Bin(1, \theta)$

ج - $Bin(n, 1 - \theta)$

د - $Bin(n, \theta)$

۱۱. فرض X دارای تابع چگالی احتمال داده شده باشد:

$$f_X(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^x \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

توزیع احتمال $Y = \frac{X}{1+X}$ کدام است؟

الف - $\frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{1-y} \quad y = 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$

ب - $\frac{y}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^y \quad y = 0, 1, 2, 3, \dots$

ج - $\frac{y}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^y \quad y = 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$

د - $\frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{1-y} \quad y = 0, 1, 2, 3, \dots$

۱۲. تابع مولدگشتاور توأم Y, X به صورت زیر است؟

$$M_{X,Y}(t_1, t_2) = \frac{1}{1-t_2} e^{t_1^2}$$

توزیع کناری X کدام است؟

الف - $N(0, 1)$

ب - $N(0, 2)$

ج - $x^2(1)$

د - $t(1)$



مجاز است.

استفاده از:

ماشین حساب

۱۳. اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین یک باشد آنگاه توزیع $Z = \min(X_1, \dots, X_n)$ کدام است؟

الف- نرمال
ب- نمایی با میانگین $\frac{1}{n}$

ج- نمایی با میانگین n
د- توزیع گاما با پارامترهای n و 1

۱۴. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادف از توزیع یکنواخت $U(0,1)$ باشد توزیع آماره ترتیبی این نمونه کدام است؟

الف- بتا
ب- دو جمله
ج- پواسن
د- گاما

۱۵. فرض کنید $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_5$ آماره های ترتیبی (مرتب) نمونه ای تصادفی به حجم n از جامعه ای با چگالی $0 < x < 1$;

$f(x) = 2x$ باشند، چگالی میانه نمونه برابر است با:

الف- $60x^3(1-x^2); 0 < x < 1$
ب- $120x^3(1-2x^2); 0 < x < 1$

ج- $60x^5(1-x^2)^2; 0 < x < 1$
د- $120x^5(1-x^2)^2; 0 < x < 1$

۱۶. فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد. آماره بسنده برای θ کدام است؟

الف- $\prod_{i=1}^n X_i$
ب- $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})$
ج- $\sum_{i=1}^n X_i$
د- $\sum_{i=1}^n X_i^2$

۱۷. فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \frac{2x}{\theta^2} I_{(0, \theta)}(x)$ باشد که در آن $\theta > 0$ یک آماره بسنده برای

θ کدام است؟

الف- $\max\{X_1, \dots, X_n\}$
ب- $\prod_{i=1}^n X_i$

ج- $\min\{X_1, \dots, X_n\}$
د- $\sum_{i=1}^n X_i$



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۸. فرض کنید یک نمونه تصادفی n تایی از توزیعی با تابع احتمال

$$f_{\theta}(x) = a(x) \frac{\theta^x}{g(\theta)}, x = 0, 1, 2, \dots, \theta > 0$$

باشد آماره بسنده مینیمال برای پارامتر θ کدام است؟

الف - $\sum_{i=1}^n a(X_i)$ ب - $\sum_{i=1}^n X_i$ ج - $\sum_{i=1}^n \ln X_i$ د - $\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}$

۱۹. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت $U(-\theta, \theta)$ باشد، آنگاه:

الف) $\min\{|X_1|, \dots, |X_n|\}$ آماره بسنده کامل است.

ب) $[X_1, X_2]$ آماره بسنده کامل است.

ج) $\max\{|X_1|, \dots, |X_n|\}$ آماره بسنده کامل است.

د) برای θ آماره بسنده کامل وجود ندارد.

۲۰. \bar{X} میانگین یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع نرمال استاندارد است. برای μ^2 کدام آماره UMVUE است؟

الف) \bar{X} ب) \bar{X}^2 ج) $\bar{X}^2 + \frac{1}{n}$ د) $\bar{X}^2 - \frac{1}{n}$

سوالات تشریحی

۱. اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، چگالی $|X|$ را بیابید. (۱ نمره)

۲. فرض کنید متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی زیر باشد. (۱/۵ نمره)

$$f_X(x) = \frac{2}{9}(x+1) \quad -1 \leq x \leq 2$$

تابع چگالی $Y = X^2$ را بدست آورید.



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۳. فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $N(\mu, 1)$ باشد کران پایین نامساوی کرامر - رانو برای واریانس برآورد نارایب پارامتر $P(X_1 > 2\mu)$ را بیابید. (۱/۵ نمره)

۴. فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $Po(\theta)$ ، $\theta > 0$ باشد $UMVUE$ پارامتر $\tau(\theta) = \theta^2$ را بیابید. (۱/۵ نمره)

۵. فرض کنید X_i ، $i = 1, 2, \dots, k$ یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع نرمال با میانگین μ_i واریانس σ_i^2 باشد که $\sum_{i=1}^k \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$ دارای توزیع کی دو با k درجه آزادی است. (۱/۵ نمره)