تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰**

درس : روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس : آمار۱۱۱۷۰۴۹

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر مجموع مولفه های یک ماتریس ضریب همبستگی 3×3، را با A نمایش دهیم، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. $-6 < A < 3$ ۲. $0 < A < 9$ ۳. $-3 < A < 9$ ۴. $-9 < A < 3$

۲- کدام کمیت، واریانس کل نامیده می شود؟

۱. $tr(\Sigma)$ ۲. $|\Sigma|$ ۳. $|\Sigma|^{\frac{1}{p}}$ ۴. $|P|$

۳- براساس نمونه ای تصادفی به اندازه ی ده از بردار تصادفی X، $\bar{x} = (1 \ 2)'$ به دست آمده است. اگر $\mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $\sum_{i=1}^{10}(x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$، آنگاه مقدار $\sum_{i=1}^{10}(x_i - \mu)(x_i - \mu)'$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$ ۲. $\begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$ ۳. $\begin{pmatrix} 11 & 31 \\ 31 & 92 \end{pmatrix}$ ۴. $\begin{pmatrix} 10 & 31 \\ 31 & 92 \end{pmatrix}$

۴- فرض کنید $Y = X_1 + 2X_2 + 5X_3$ با $E(X_i) = \mu_i$ و $Var(X_i) = \sigma_{ii}$ و برای $i \neq j$; $Cov(X_i, X_j) = \sigma_{ij}$ است. آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱. $E(Y) = \mu_1 + 2\mu_2 + 5\mu_3$

۲. $Var(Y) = \sigma_{11} + 4\sigma_{22} + 25\sigma_{33} + 4\sigma_{12} + 10\sigma_{13} + 20\sigma_{23}$

۳. $E(Y - 8(X_1 - \mu_2)) = \mu_1 + 2\mu_2 + 5\mu_3$

۴. $Var(1 - Y) = \sigma_{11} + 4\sigma_{22} + 25\sigma_{33} + 4\sigma_{12} + 10\sigma_{13} + 20\sigma_{23}$

۵- کدام گزینه نمایانگر تابع مولد گشتاوری $N(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & a \\ a & 2 \end{pmatrix})$ است؟

۱. $\exp(t_1 - t_2 + t_1^2 + t_2^2 + at_1t_2)$ ۲. $\exp(t_1 - t_2 + t_1^2 + t_2^2 + 2at_1t_2)$

۳. $\exp(t_1 - t_2 + \frac{1}{2}t_1^2 + \frac{1}{2}t_2^2 + 2at_1t_2)$ ۴. $\exp(t_1 + t_2 + \frac{1}{2}t_1^2 + \frac{1}{2}t_2^2 + at_1t_2)$

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ **تشریحی :** ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰

درس : روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس : آمار ۱۱۱۷۰۴۹

۶- اگر $X\sim N_4(\mu,\Sigma)$ با بردار $\mu=(1\ \ 3\ \ 2\ \ 1)'$ و ماتریس کوواریانس $\Sigma=\begin{pmatrix}4 & -1 & 1 & 1\\ -1 & 3 & -2 & 0\\ 1 & -2 & 5 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ باشد، آنگاه کدام گزینه میانگین شرطی $\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}$ به شرط $\begin{pmatrix}X_3\\X_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}X_3\\X_4\end{pmatrix}$ است؟

۱. $\begin{pmatrix}\frac{X_4}{2}+\frac{X_2}{3}\\ \frac{2X_2}{3}\end{pmatrix}$

۲. $\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$

۳. $\begin{pmatrix}\frac{X_4}{2}+\frac{X_2}{3}+\frac{3}{2}\\ 4+\frac{2X_2}{3}\end{pmatrix}$

۴. $\begin{pmatrix}\frac{X_4}{2}-\frac{X_2}{3}+\frac{3}{2}\\ 4-\frac{2X_2}{3}\end{pmatrix}$

۷- اگر $X\sim N_4(\mu,\Sigma)$ با بردار $\mu=(1\ \ 3\ \ 2\ \ 1)'$ و ماتریس کوواریانس $\Sigma=\begin{pmatrix}4 & -1 & 1 & 1\\ -1 & 3 & -2 & 0\\ 1 & -2 & 5 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 2\end{pmatrix}$ باشد، آنگاه کدام گزینه ماتریس کوواریانس شرطی $\begin{pmatrix}X_1\\X_2\end{pmatrix}$ به شرط $\begin{pmatrix}X_3\\X_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}X_3\\X_4\end{pmatrix}$ است.

۱. $\begin{pmatrix}\frac{19}{6} & \frac{1}{3}\\ \frac{1}{3} & \frac{11}{3}\end{pmatrix}$

۲. $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}19 & 1\\ 1 & 11\end{pmatrix}$

۳. $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}11 & 1\\ 1 & 19\end{pmatrix}$

۴. $\frac{1}{6}\begin{pmatrix}11 & 1\\ 1 & 19\end{pmatrix}$

۸- اگر بردار تصادفی X سه بعدی و دارای توزیع نرمال باشد کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\mathrm{Var}(X_1+X_2 \mid X_1+X_3=8)=\mathrm{Var}(X_1+X_2 \mid X_1+X_3=19)$

۲. $E(X_1+X_2 \mid X_2+X_3=4)=E(X_1+X_2 \mid X_2+X_3=9)$

۳. $E(X_1+X_2 \mid X_2X_3=0)=E(X_1 \mid X_2X_3=0)$

۴. $Var(X_1+X_2 \mid X_1+X_2=4)=5$

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵ **زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰**

درس : روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس : آمار ۱۱۱۷۰۴۹

۹- اگر بردار تصادفی X دارای توزیع نرمال با ماتریس کوواریانس $\sum=(1-\rho)I_p+\rho LL'$ باشد آنگاه ضریب تابع چگالی بردار تصادفی برابر با کدام گزینه است؟

۱. $(1+\rho)^p(1-\frac{p\rho}{1-\rho})(2\pi)^{-\frac{\rho}{2}}$

۲. $(2\pi)^{-\frac{\rho}{2}}(1-\rho)^p(1+\frac{p\rho}{1-\rho})$

۳. $(2\pi)^{-\frac{\rho}{2}}(1-\rho)^p(1+\rho)$

۴. به بردار میانگین بستگی دارد.

۱۰- $\mathbf{X}\sim N_n(\mu\mathbf{L},\mathbf{I}_n)$ که در آن $\mathbf{L}$ برداری با مولفه های یک است، آنگاه واریانس $\mathbf{X}'A\mathbf{X}$ برابر کدام گزینه می شود هرگاه $A=\mathbf{I}_n-n^{-1}\mathbf{L}\mathbf{L}'$ است؟

۱. $n-1$

۲. ۲

۳. $2(n-1)$

۴. μ^2+n

۱۱- وقتی مقدار $n-p$ بزرگ باشد توزیع آماره ی $n(\bar{X}-\mu)'S^{-1}(\bar{X}-\mu)$ کدام گزینه است؟

۱. نرمال

۲. کای اسکور

۳. بستگی به توزیع X دارد

۴. هتلینگ

۱۲- با توجه به مدل کوواریانس بین طبقه ای، $\sum=(1-p)I_p+pLL'$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\rho=\dfrac{L'\sum L-tr\sum}{(p-1)\ tr\sum}$

۲. $\rho=\dfrac{L'\sum L-tr\sum}{(p+1)\ tr\sum}$

۳. $\rho=\dfrac{L'\sum L+tr\sum}{(p+1)\ tr\sum}$

۴. $\rho=\dfrac{L'\sum L+tr\sum}{(p-1)\ tr\sum}$

۱۳- پارامتر نامرکزی در توزیع تی چگونه به وجود می آید؟

۱. متغیر تصادفی در صورت کسر دارای میانگین غیرصفر است.

۲. متغیر تصادفی در مخرج کسر دارای میانگین غیرصفر است.

۳. متغیر تصادفی در صورت کسر دارای واریانس غیریک است.

۴. متغیر تصادفی در مخرج کسر دارای واریانس غیریک است.

۱۴- ماتریس کوواریانس $\sum=\begin{pmatrix}1&\rho\\\rho&1\end{pmatrix}$ و ماتریس کوواریانس نمونه ای به صورت $S=\begin{pmatrix}1/1&0/8\\0/8&0/99\end{pmatrix}$ است برآورد ماکسیمم درستنمایی برای ρ کدام گزینه است؟

۱. ۰/۷۷

۲. ۰/۸

۳. ۰/۳۸

۴. ۰/۹۹

۱۵- آماره ی آزمون فرض صفر شدن مقدار همبستگی جزئی در حالتی که اندازه ی نمونه بزرگ است دارای چه مقدار واریانس است؟

۱. $(n-\rho)^{-1}$
۲. $(n-\rho+1)^{-1}$
۳. $(n-\rho-1)^{-1}$
۴. $(n-3)^{-1}$

۱۶- در یک نمونه ای تصادفی دوازده تایی از توزیع نرمال چندمتغیره، مقدار $R^2 = 0/87$ به دست آمده، مقدار آماره ی آزمون فرضیه $\rho_{1.23} = 0$ برابر کدام گزینه است؟

۱. ۲۸/۶
۲. ۳۳/۹۳
۳. ۲۶/۴
۴. نیاز به محاسبه ی $r_{1.23}$ است.

۱۷- در فضای چهار بعدی، در حالتی که همه ی همبستگی ها بین متغیرهای تصادفی مقداری مشترک و برابر است، مقدار همبستگی جزیی برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{4}$
۲. $\frac{1}{5}$
۳. $\frac{1}{3}$
۴. $\frac{1}{6}$

۱۸- در آزمون فرض بردار میانگین توزیع نرمال چندمتغیره، مقدار آماره ی هتلینگ با چه کمیتی مقایسه می شود؟

۱. $\frac{n-1}{n-p}\, p\, F_{p,n-p}$
۲. $\frac{n-1}{n-p} F_{p,n-p}$
۳. $\frac{n-1}{n-p}\, p\, F_{n-p,p}$
۴. $\frac{n-1}{n-p} F_{n-p,p}$

۱۹- با توجه به تساوی کوشی، مقدار عبارت $\max_{a\neq 0} \frac{(d'd)^2}{a'Ba}$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $d'Bd$
۲. $d'B^{-1}d$
۳. $(d'Bd)^2$
۴. $(d'B^{-1}d)^2$

۲۰- بهترین فواصل اطمینان برای بردار میانگین، کدام گزینه است؟

۱. فواصل اطمینان شفه
۲. فواصل اطمینان توکی
۳. فواصل اطمینان بن فرونی
۴. فواصل اطمینان بیضی گون

۲۱- فرض کنید مقادیر ۳، ۴، ۳ مقادیر ویژه ی ماتریس کوواریانس نمونه ای باشد در اینصورت حجم این ناحیه $(\bar{X}-\mu)'S^{-1}(\bar{X}-\mu)\leq 16$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. $2^{10}\pi$

۲. $\frac{2^9}{3}\pi$

۳. $2^9\pi$

۴. $2^{10}\times 3\pi$

۲۲- در بیضی گون پیش بینی کننده شرطی بردار X_1 ، مقدار c در عبارت $(X_1-\bar{X}_{1.2})'S_{1.2}^{-1}(X_1-\bar{X}_{1.2})<c$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $X^2 q,a$

۲. $X^2 p,a$

۳. $F_{p,n-p,a}$

۴. $\frac{(n-1)p}{n-p}F_{p,n-p,a}$

۲۳- برای یک نمونه ی تصادفی به اندازه ی ده از یک جامعه نرمال دو متغیری، داریم:

$$\begin{pmatrix}\bar{X}_1\\ \bar{X}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0/5\\ 1/5\end{pmatrix},\ S=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 1 & 2\end{pmatrix}$$

یک فاصله اطمینان همزمان ۹۰ درصدی به روش بن فرونی برای بردار میانگین جامعه کدام گزینه است؟

۱. $\begin{pmatrix}0/36 & 1/36\\ 0/49 & 2/51\end{pmatrix}$

۲. $\begin{pmatrix}-0/36 & 1/36\\ 0/64 & 2/36\end{pmatrix}$

۳. $\begin{pmatrix}-0/51 & 1/51\\ -0/49 & 2/51\end{pmatrix}$

۴. $\begin{pmatrix}-0/51 & 1/51\\ 0/49 & 2/51\end{pmatrix}$

۲۴- در آزمون هتلینگ برای بردارهای جفت، چه شرطی باید برقرار باشد؟

۱. دو مولفه از هم مستقل باشند.

۲. مولفه ها باید وابسته باشند.

۳. مولفه ها به طور همزمان نمونه گیری شوند.

۴. اندازه نمونه از هر مولفه یکسان باشد.

۲۵- متغیر تصادفی $\frac{1-\sqrt{U_{2,m,f}}}{m\sqrt{U_{2,m,f}}}$ با کدام گزینه هم توزیع است؟

۱. $F_{2m,2(f-1)}$

۲. $F_{2(f-1),2m}$

۳. $F_{2,2(f-1)}$

۴. $F_{2m,2}$

سوالات تشریحی

۱- برای اطلاعات داده شده، جدول آنالیز واریانس را تشکیل دهید و توزیع آماره، برای آزمودن برابری میانگین های سه جامعه، را تعیین کنید. ۱.۴ نمره

III	II	I
$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$		

۲- ماتریس کوواریانس افراز شده با ماتریس های زیر را در نظر بگیرید: ۱.۴ نمره

$$\Sigma_{11}=\begin{pmatrix}8&2\\2&5\end{pmatrix},\quad \Sigma_{22}=\begin{pmatrix}6&-2\\-2&7\end{pmatrix},\quad \Sigma_{12}=\begin{pmatrix}3&1\\-1&3\end{pmatrix}$$

مقادیر همبستگی های کانونی ρ_1 و ρ_2 را بیابید.

۳- در رده بندی ممیزی، از دو جامعه نرمال چندمتغیره با ماتریس کوواریانس مشترک معلوم، نشان دهید خطاها با هم برابرند. ۱.۴ نمره

۴- براساس یک نمونه تصادفی، به روش آزمون نسبت درستنمایی ماکسیمم ناحیه ی رد آزمون زیر را به دست آورید. ۱.۴ نمره

$$H_o:\Sigma=\Sigma_o \quad , H_1:\Sigma\neq\Sigma_o$$

۵- نشان دهید ضریب همبستگی بین مولفه های اصلی و مولفه های اولیه برابر است با: ۱.۴ نمره

$$\rho_{Y_i,X_k}=\frac{e_{ki}\sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sigma_{kk}}},\qquad i,k=1,2,\dots,p$$