



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: احتمال ۱

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها(۱۱۱۷۱۵۳)

استفاده از: ماشین حساب ساده مجاز است.

۱. از بین استادان یک دانشگاه فردی را به تصادف انتخاب کرده ایم. بر اساس تجربه گذشته احتمال اینکه استادی مالک خانه باشد ۰/۲۵ و احتمال اینکه متأهل باشد ۰/۷۶ و احتمال اینکه هم مالک خانه ای باشد و هم متأهل ۰/۲۳ است. احتمال اینکه این استاد یا خانه داشته باشد و یا متأهل باشد چقدر است؟

الف. ۰/۵۵ ب. ۱ ج. ۰/۲۵ د. ۰/۷۸

۲. برای دو پیشامد A و B اجتماع دو پیشامد (A-B), (B-A) کدام است؟

الف. P(A)+P(B) ب. صفر ج. ۱ د. P(A)+P(B)- 2P(A)P(B)

۳. جعبه ای شامل ۱۰۰ لامپ است که ۵ تای آنها سوخته اند. اگر به تصادف و بدون جایگذاری ۳ لامپ از جعبه خارج کنیم احتمال اینکه هر سه لامپ سوخته باشند چقدر است؟

الف. $\frac{5 \times 5 \times 5}{100 \times 99 \times 98}$ ب. $\frac{5 \times 4 \times 3}{100 \times 99 \times 98}$

ج. $\frac{5 \times 4 \times 3}{100 \times 100 \times 100}$ د. $\frac{1}{10000}$

۴. برای دو پیشامد ناسازگار A و B مقدار P(A|B) کدام است

الف. صفر ب. P(A) ج. P(B) د. 1-P(A)

۵. برای دو پیشامد مستقل A و B مقدار P(B|A) کدام است

الف. صفر ب. ۱ ج. P(B) د. P(A)

۶. به ازای کدام مقدار k تابع $f(x) = k \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $x = 1, 2, \dots$ یک تابع احتمال است؟

الف. ۲ ب. ۱ ج. ۰/۵ د. ۰/۲۵



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: احتمال ۱

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۷۱۵۳)

مجاز است.

استفاده از:

۷. احتمال درمان یک بیماری با دارویی خاص $0/7$ است. احتمال اینکه از پنج نفر بیماری که این دارو را مصرف کرده اند ۴ نفر درمان شوند چقدر است؟

الف. $0/63$ ب. $0/36$ ج. $0/5$ د. $0/25$

۸. اگر X^2, X هم توزیع باشند، X دارای کدام توزیع زیر است؟

الف. هندسی ب. پواسون با پارامتر یک

ج. یکنواخت بر $(0, 1)$ د. برنولی

۹. احتمال اینکه شخصی شایعه ای را باور کند $0/6$ است. مطلوب است احتمال اینکه پنجمین شخصی که این شایعه را می شنود دومین شخصی باشد که آن را باور می کند؟

الف. $0/02$ ب. $0/5$ ج. $0/05$ د. $0/09$

۱۰. فرض کنید X دارای توزیع نمایی است. مقدار $P(X > a + b)$ کدام است؟

الف. $P(X > a)$

ب. $P(X > b)$

ج. $P(X > a) + P(X > b)$

د. $P(X > b) \cdot P(X > a)$

۱۱. متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $x = 1, 2, \dots$ است. امید ریاضی آن کدام است؟

الف. ۲ ب. ۱ ج. $0/5$ د. $0/25$

۱۲. متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال $f(x) = \theta x^{\theta-1}$; $0 \leq x \leq 1$ است. امید ریاضی آن کدام است؟

الف. ۱ ب. 0 ج. $0/5$ د. $\frac{\theta}{\theta+1}$

مجاز است.

استفاده از:

۱۳. کدامیک از توابع زیر یک تابع توزیع است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0 & X \leq 0 \\ 1 & X > 0 \end{cases} \quad \text{ب.}$$

$$\text{الف. } F(x) = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ \frac{1}{2} e^{-X} & X \geq 0 \end{cases} \quad \text{د.}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & X < 0 \\ 1 & X \geq 0 \end{cases} \quad \text{ج.}$$

۱۴. تابع توزیع احتمال توأم دو متغیر تصادفی X و Y به صورت زیر است:

$$f(x, y) = \frac{k}{x+y} \quad x=0,1,2; \quad y=1,2$$

مقدار k کدام است؟

$$\frac{1}{35} \quad \text{د.}$$

$$\frac{10}{35} \quad \text{ج.}$$

ب. ۱

$$\frac{12}{35} \quad \text{الف.}$$

۱۵. توزیع احتمال توأم (X, Y) به صورت زیر است. $E(Y)$ کدام است؟

$$p(x, y) = \frac{x+y}{21} \quad x=1,2,3 \quad y=1,2$$

$$\frac{23}{15} \quad \text{د.}$$

$$\frac{25}{21} \quad \text{ج.}$$

ب. ۱

$$\frac{33}{21} \quad \text{الف.}$$

۱۶. کدام تابع زیر یک تابع مولد گشتاور است؟

$$\frac{e^{2t}}{3} + \frac{2e^{-t}}{3} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{e^{2t} + e^{-t}}{3} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{e^{2t}}{3} + \frac{2e^{-(t-1)}}{3} \quad \text{د.}$$

$$\frac{e^{2t} + e^{-(t-1)}}{3} \quad \text{ج.}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: احتمال ۱

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۷۱۵۳)

مجاز است.

استفاده از:

۱۷. تابع مولد گشتاورهای توزیع هندسی کدام است؟

الف. $\frac{qe^t}{p-pe^t}$

ب. $\frac{e^t}{p-qe^t}$

ج. $\frac{pe^t}{1-qe^t}$

د. $\frac{qe^t}{p-e^t}$

۱۸. طبق قضیه چبیشف برای متغیر تصادفی X: $P(|X - \mu| \geq K)$

الف. $K \leq P(|X - \mu| \geq K)$

ب. $P(|X - \mu| \geq K) \leq \frac{1}{K^2}$

ج. $P(|X - \mu| \geq K) \leq 1 - \frac{1}{K^2}$

د. $P(|X - \mu| \geq K) \geq 1 - \frac{1}{K^2}$

۱۹. کدام رابطه درست است؟

الف. $E(X^2) \geq E^2(X)$

ب. $E(X^2) \leq E^2(X)$

ج. $E(\sqrt{X}) \leq \sqrt{E(X)}$

د. $E(\sqrt{X}) \geq \sqrt{E(X)}$

۲۰. به چند طریق میتوان از بین ۱۰ تیم شرکت کننده در مسابقه فوتبال، به ۳ تیم برنده جایزه داد؟

الف. ۷۲۰

ب. ۱۲۰

ج. ۵۰

د. ۲۵

سوالات تشریحی

(هر سؤال ۱/۴ نمره)

۱. فرض کنید به دلیل اظهار نظر یک پژوهشگر می دانیم که ۰/۰۰۱ از افراد بالای پنجاه سال شهری به بیماری قند مبتلا هستند. به علاوه می دانیم نتیجه آزمایش پزشکی برای تعیین اینکه فردی مرض قند دارد یا نه بدین صورت است که با احتمال ۰/۹ نتیجه آزمایش یک فرد مبتلا مثبت است و با احتمال ۰/۹۵ نتیجه آزمایش یک فرد سالم منفی است احتمال این که نتیجه مثبت باشد را بیابید؟



مجاز است.

استفاده از:

۲. نشان دهید واریانس متغیر تصادفی X با توزیع پواسن با پارامتر α همان α می باشد.

۳. فرض کنید Y و X دو متغیر تصادفی مستقل و هم توزیع بوده و توزیع احتمال X به صورت $P_X(x) = P(X=x) = pq^{x-1}, x=1,2,\dots$ باشد بطوری که در آن $p+q=1$. مطلوب است $P(X=Y)$.

۴. فرض کنید X دارای توزیع نمایی با تابع چگالی زیر باشد، تابع چگالی $Y = \sqrt{X}$ را بیابید.

$$f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x} & x > 0, \theta > 0 \\ 0 & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

۵. تابع احتمال توأم (X,Y) به صورت زیر است. امید شرطی متغیر X را وقتی $Y=1$ است، بیابید.

$$P(0,0) = 0.3 \quad P(0,1) = 0.1 \quad P(1,0) = 0.2 \quad P(1,1) = 0.4$$