



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱. تابع چگالی توام (X, Y) به صورت زیر است. مقدار k کدام است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} k & 0 < x < y < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

الف. ۰/۵

ب. ۲

ج. ۱

د. ۰/۷۵

۲. اگر $f(x, y)$ تابع چگالی توام (X, Y) باشد تابع چگالی حاشیه ای Y کدام است؟

$$\text{الف. } \int_0^{\infty} f(x, y) dx \quad \text{ب. } \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx \quad \text{ج. } \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy \quad \text{د. } \int_0^{\infty} f(x, y) dy$$

۳. تابع چگالی توام (X, Y) به صورت زیر است:

$$f(x, y) = \begin{cases} 12xy(1-y) & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

تابع چگالی حاشیه ای Y کدام است؟

$$\text{الف. } \begin{cases} 6y(1-y) & 0 < y < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$\text{ب. } \begin{cases} 12y(1-y) & 0 < y < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$\text{ج. } \begin{cases} 6x(1-x) & 0 < x < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$\text{د. } \begin{cases} 2x & 0 < x < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

۴. تابع توزیع توام (X, Y) به صورت زیر است:

$$F(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-x^2})(1 - e^{-y}) & 0 < x, 0 < y \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

تابع چگالی حاشیه ای Y کدام است؟

$$\text{الف. } \begin{cases} e^{-y} & 0 < y < \infty \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$\text{ب. } \begin{cases} e^{-y} & 0 < y < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$\text{ج. } \begin{cases} 1 - e^{-y} & 0 < y < \infty \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

$$\text{د. } \begin{cases} 1 - e^{-y} & 0 < y < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$



مجاز است.

استفاده از:

۵. در سوال قبل $P(X < ۲, Y < ۴)$ کدام است؟

- الف. $e^{-۴}$
ب. $۱ - e^{-۴}$
ج. $(۱ - e^{-۴})^۲$
د. $(۱ - ۲e^{-۴})$

۶. اگر پیشامد نادری با شانس $۰/۰۱$ رخ دهد، احتمال این که در ۱۰۰ بار تکرار مستقل آن پیشامد کمتر از ۲ بار رخ دهد تقریباً برابر کدام عدد زیر است؟

- الف. $e^{-۲}$
ب. $\Phi\left(\frac{۵}{\sqrt{۹۹}}\right)$ وقتی Φ تابع توزیع نرمال استاندارد است.
ج. $۲e^{-۱}$
د. $\Phi\left(\frac{۱۰}{\sqrt{۹۹}}\right)$ وقتی Φ تابع توزیع نرمال استاندارد است.

۷. مقدار $E[E(Y | X)]$ کدام است؟

- الف. $E(X)$
ب. $E(Y)$
ج. $E(X)E(Y)$
د. $E(XY)$

۸. مقدار $E[XE(XY | Y)]$ کدام است؟

- الف. $E(X)$
ب. $E(XY)$
ج. $E(X)E(Y)$
د. $E(X^2Y)$

۹. تابع چگالی توام (X, Y) به صورت زیر است:

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda^2 e^{-\lambda(x+y)} & 0 < x, 0 < y \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

توزیع $Z = X + Y$ کدام است؟

- الف. نرمال استاندارد ب. یکنواخت ج. دو جمله ای د. گاما
۱۰. برای دو متغیر تصادفی (X, Y) تابع مولد گشتاور توام کدام است؟

- الف. $E(e^{t_1 X} + e^{t_2 Y})$
ب. $E(e^{t_1 X - t_2 Y})$
ج. $E\left(\frac{e^{t_1 X}}{e^{t_2 Y}}\right)$
د. $E(e^{t_1 X + t_2 Y})$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: احتمال (۲)

رشته تحصیلی / کد درس: آمار و کاربردها: ۱۱۱۷۱۵۴

مجاز است.

استفاده از:

۱۱. تابع مولدگشتاور توأم X, Y به صورت $M_{X,Y}(t_1, t_2) = \frac{1}{1-t_2} e^{t_1^2}$ است. توزیع کناری X کدام است؟

الف. $N(0, 1)$ ب. $N(0, 2)$ ج. $x^2(1)$ د. $t(1)$

۱۲. عبارت e^{-t^2} تابع مولد گشتاور کدام توزیع است؟

الف. $N(0, 1)$ ب. $U(0, 1)$

ج. $Bin(y, \frac{1}{2})$ د. $P_0(\lambda)$

۱۳. فرض کنید X دارای توزیع $\chi^2(N)$ (خی دو با N درجه آزادی) و N دارای توزیع $Bin(5, \frac{1}{3})$ است. مقدار $E(X)$ کدام است؟

الف. $\frac{1}{3}$ ب. $\frac{2}{3}$ ج. $\frac{5}{3}$ د. $\frac{N}{3}$

۱۴. اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن باشند وقتی که $n \rightarrow \infty$ توزیع w به سمت چه توزیعی میل میکند؟

$$(w = \frac{Y - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}), Y = \sum_{i=1}^n X_i$$

الف. $N(0, 1)$ ب. $U(0, 1)$ ج. $Bin(y, \frac{1}{2})$ د. $P_0(n\lambda)$

۱۵. کدام عبارت قانون قوی اعداد بزرگ را بیان می کند؟

الف. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\bar{X} = \mu) = 1$ ب. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\bar{X} = \mu) = 0$

ج. $P(\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{X} = \mu) = 1$ د. $P(\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{X} = \mu) = 0$

۱۶. کدام عبارت قانون ضعیف اعداد بزرگ را بیان می کند؟

الف. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\bar{x} = \mu) = 1$ ب. $\lim_{n \rightarrow \infty} P(\bar{x} = \mu) = 0$

ج. $P(\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \mu) = 1$ د. $P(\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{x} = \mu) = 0$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: احتمال (۲)

رشته تحصیلی / کد درس: آمار و کاربردها: ۱۱۱۷۱۵۴

مجاز است.

استفاده از:

۱۷. اگر X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل با ویژگی $\text{var}(X) = \sigma^2 < \infty$ ، $E(X) = \mu$ در صورتیکه

$$\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\sigma_i^2}{i^2} < \infty$$

آنگاه با احتمال ۱، مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \bar{X}$ کدام است؟

الف. σ ب. صفر ج. ۱ د. $\mu/5$ ۱۸. اگر واریانس متغیر تصادفی X برابر صفر باشد آنگاه $P(X=E(X))$ کدام است؟الف. $E(X)$ ب. صفر ج. ۱ د. $\mu/5$ ۱۹. طبق قضیه چبیشف برای متغیر تصادفی X ، $P(|X - \mu| \geq k)$

$$\leq \frac{1}{k^2} \quad \text{الف.} \quad \leq k \quad \text{ب.} \quad \leq \frac{1}{k^2} \quad \text{ج.} \quad \leq 1 - \frac{1}{k^2} \quad \text{د.} \quad \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

۲۰. کدام رابطه درست است؟

$$\begin{aligned} \text{الف.} & E(X^2) \geq E^2(X) \\ \text{ب.} & E(X^2) \leq E^2(X) \\ \text{ج.} & |E(X)| \leq E(|X|) \\ \text{د.} & E(\sqrt{X}) \geq \sqrt{E(X)} \end{aligned}$$

«سوالات تشریحی»

۱. زوج (X, Y) داخل و خارج دایره $X^2 + Y^2 = \frac{4}{\pi}$ دارای توزیع یکنواخت است. توزیع حاشیه ای متغیر تصادفی X را بیابید.۲. نشان دهید که اگر متغیر تصادفی X فقط مقادیر نامنفی اختیار کند آنگاه به ازای هر مقدار $a > 0$ ، $P(X \geq a) \leq \frac{E(X)}{a}$ ۳. تابع چگالی توأم (X, Y) به صورت زیر است:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{y} & 0 < x < y \quad 0 < y < 1 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

مطلوب است: $P(X+Y > 0.5)$

۴. قانون ضعیف اعداد بزرگ و قانون قوی اعداد بزرگ را به طور کامل شرح داده و تفاوت آنها را بیان کنید.

۵. قضیه حد مرکزی را به طور کامل فقط بیان کنید.