

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدامیک از عبارات های زیر نادرست است؟

۱. یک ماتریس مربعی می تواند حداکثر یک معکوس راست داشته باشد.
۲. اگر A و B دو ماتریس مربعی باشند به طوری که $AB = I$ آنگاه $BA = I$.
۳. یک ماتریس مربعی می تواند حداقل یک معکوس راست داشته باشد.
۴. اگر A یک ماتریس معکوس راست داشته باشد آنگاه منحصر به فرد است.

۲- برای هر ماتریس $n \times n$ مانند A کدامیک از خواص زیر با بقیه هم ارز نیستند؟

۱. معادله $Ax = 0$ ایجاب می کند که $x = 0$.
۲. دترمینان ماتریس A مخالف صفر است.
۳. ستون های ماتریس A یک پایه برای R^n تشکیل می دهند.
۴. صفر، یک مقدار ویژه ماتریس A است.

۳- کدامیک از روابط زیر درست است؟

۱. یک ماتریس پایین مثلثی یا بالامثلثی نامنفرد است اگر و تنها اگر عناصر روی قطرش مخالف صفر باشد.
۲. اگر همه n کهاد اصلی پیشرو در ماتریس $n \times n$ ، A منفرد باشد آنگاه A یک تجزیه LU دارد.
۳. اگر A حقیقی، متقارن و معین مثبت باشد آنگاه یک تجزیه منحصر به فرد $A = LL^T$ دارد که در آن L بالامثلثی با عناصر قطری منفی است.

۴. $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ تجزیه LU دارد.

۴- جواب دستگاه $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ عبارتست از

۱. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
۲. $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
۳. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
۴. $\begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: علوم کامپیوتر(چندبخشی) ۱۱۱۱۰۵

۵- کدام یک از گزینه های زیر در مورد روش حذف گاوس بدون محور گیری درست است؟

۱. اکیدا غالب قطری بودن یک ماتریس را حفظ می کند.
۲. منفرد بودن یک ماتریس را حفظ می کند.
۳. نامنفرد بودن یک ماتریس را حفظ می کند.
۴. تجزیه ناپذیر بودن یک ماتریس را حفظ می کند.

۶- کدامیک از خواص زیر برای نرمها برقرار نیست؟

۱. $\|0\| = 0$.
۲. $\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|$.
۳. $\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|$.
۴. $\|x + y\| \leq \|x\| - \|y\|$.

۷- برای دستگاه خطی $\begin{bmatrix} 7 & -6 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix}$ روش تکراری زیر چه نام دارد؟

$$x_1^{(k)} = \frac{6}{7} x_2^{(k-1)} + \frac{3}{7}$$

$$x_2^{(k)} = \frac{8}{9} x_1^{(k)} - \frac{4}{9}$$

۱. گاوس سایدل .
۲. ژاکوبی .
۳. ریچاردسون .
۴. SOR .

۸- با استفاده از نرم ماتریس بی نهایت ، عدد وضعیت ماتریس $\begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 9 & 10 \end{bmatrix}$ برابر است با

۱. ۵۰ .
۲. ۵۰ .
۳. ۱۵ .
۴. ۱۵ .

۹- کدامیک از مقادیر زیر یک مقدار ویژه برای ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ است؟

۱. $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$.
۲. -4 .
۳. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{7}}{2}i$.
۴. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{2}i$.

۱۰- اثر ماتریس $\begin{bmatrix} 6 & 5 & -5 \\ 2 & 6 & -2 \\ 2 & 5 & -1 \end{bmatrix}$ برابر است با $(tr(A)) = ?$

۱. ۶ .
۲. ۱۱ .
۳. ۱۰ .
۴. ۲ .

۱۱- اگر λ یک مقدار ویژه ماتریس A و ماتریس A نامنفرد باشد آنگاه λ^{-1} یک مقدار ویژه برای

۱. A است .
۲. A^{-1} است .
۳. $\frac{1}{A^{-1}}$ است .
۴. A^T است .

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: علوم کامپیوتر(چندبخشی) ۱۱۱۱۰۵

۱۲- قضیه شور عبارت است از

۱. هر ماتریس مربعی مشابه یک ماتریس مثلثی است .
۲. هر ماتریس هرمیتی به طور یکنانی مشابه به یک ماتریس قطری است
۳. هر ماتریس مربعی به طور یکنانی مشابه به یک ماتریس قطری است .
۴. هر ماتریس مربعی به طور یکنانی مشابه یک ماتریس مثلثی است .

۱۳- کدامیک از روابط زیر درست است؟

۱. $\|A\|_2 = \max_{1 \leq i \leq n} |a_{ij}|$ اگر ماتریس A قطری باشد آنگاه
۲. $\|A\|_2^2 > \|A^*A\|_2$ اگر ماتریس A مربعی باشد آنگاه
۳. اگر ماتریس A نرمال باشد آنگاه A و A^* دارای بردارهای ویژه یکسانی نیستند.
۴. اگر ماتریس A نرمال باشد آنگاه شرط $AB = BA$ ایجاب می کند که $AB^* = B^*A$.

۱۴- فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 63 & 41 & -88 \\ 42 & 60 & 51 \\ 0 & -28 & 56 \\ 126 & 82 & -71 \end{bmatrix}$ در اولین گام در تجزیه QR مقدار β برابر است با

۱. ۲۱
۲. $\sqrt{70}$
۳. -147
۴. $\frac{1}{21\sqrt{70}}$

۱۵- در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 63 & 41 & -88 \\ 42 & 60 & 51 \\ 0 & -28 & 56 \\ 126 & 82 & -71 \end{bmatrix}$ مقدار α در اولین گام تجزیه QR برابر است با

۱. $\frac{1}{21\sqrt{70}}$
۲. $\sqrt{70}$
۳. $\frac{70}{\sqrt{21}}$
۴. $-\sqrt{21}$

۱۶-
$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
 برای ماتریس حاصل A^*A کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 49 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 49 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 49 \end{bmatrix}$

۱۷- کدام یک از خواص زیر جزء خواص پنزر نیست؟

۱. $(AX)^* = AX$ ۲. $XAX = X$ ۳. $XAX = A$ ۴. $AXA = A$

۱۸- کدامیک از روابط زیر نادرست است؟

۱. شبه معکوس یک ماتریس خواص پنزر را دارد. ۲. هر ماتریس یک شبه معکوس منحصر به فرد دارد. ۳. اگر ماتریس A هرمیتی باشد A^+ نیز چنین است. ۴. $(AA^*) = A^*A^+$

۱۹- کدام یک از ماتریس های زیر خودتوان می باشند؟

۱. I_2 ۲. $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۲۰- فضای ضرب داخلی یک فضای خطی از C^n است که در آن یک ضرب داخلی به جز در کدام مورد تعریف شده است؟

۱. $\langle x, x \rangle > 0$ اگر $x \neq 0$ ۲. $\langle \alpha x + \beta y, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle + \beta \langle y, z \rangle$ ۳. $\langle x, y \rangle = \overline{\langle y, x \rangle}$ ۴. $\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle$

سوالات تشریحی

۱- تجزیه های دولیتل و چولسکی را برای ماتریس زیر بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} ۶۰ & ۳۰ & ۲۰ \\ ۳۰ & ۲۰ & ۱۵ \\ ۲۰ & ۱۵ & ۱۲ \end{bmatrix}$$

۲- با استفاده از سری نویمان معکوس ماتریس زیر را محاسبه کنید. (تا $k = 2$ کافی است).

$$A = \begin{bmatrix} 0/9 & -0/2 & -0/3 \\ 0/1 & 1/0 & -0/1 \\ 0/3 & 0/2 & 1/1 \end{bmatrix}$$

۳- دو تکرار از مساله زیر را با استفاده از روش ریچاردسون و با بردار اولیه $x = (0 \ 0 \ 0)^T$ محاسبه کنید.

$$\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{11}{18} \\ \frac{11}{18} \\ \frac{1}{18} \end{bmatrix}$$

۴- قضیه شتاب اتیکن را بیان و اثبات کنید.

۵- شبه معکوس ماتریس A را پیدا کنید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1.6 & 0.6 \\ 0 & 1.2 & 0.8 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$