



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۷

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی (۱۱۱۷۰۴۴)

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر در آزمون مربوط به نسبت کل تعداد فراوانی ها ۱۰۰ و مجموع سطر دوم ۴۰ و مجموع ستون سوم ۱۰ باشد، در این صورت امید فراوانی سطر دوم و ستون سوم چقدر است؟

۱. ۴ ۲. ۰.۴ ۳. ۰.۳ ۴. ۰.۲

۲- در یک نمونه n تایی از یک جامعه با واریانس σ^2 ، مقدار انحراف معیار میانگین نمونه برابر است با

۱. σ^2 / \sqrt{n} ۲. σ / n ۳. σ^2 / n ۴. σ / \sqrt{n}

۳- اگر نمونه n تایی از جامعه نامتناهی که متشکل از اعداد صحیح از اعداد ۱ و ۲ و ... و N ، است، انتخاب شوند مقدار واریانس توزیع میانگین نمونه چقدر می شود؟

۱. $\frac{(n+1)(N-n)}{12n}$ ۲. $\frac{(N+1)(N-n)}{12n}$
۳. $\frac{(N+1)n}{12}$ ۴. $\frac{(n+1)N}{12}$

۴- اگر تابع مولد گشتاور توزیعی به صورت $M_X(t) = \frac{1}{(1-2t)^{2/5}}$ باشد، واریانس این توزیع چقدر است؟

۱. ۱۵ ۲. ۱۰ ۳. ۵ ۴. ۱

۵- اگر T دارای توزیع t با n درجه آزادی باشد آنگاه $X = T^2$ دارای چه توزیعی خواهد بود؟

۱. نرمال استاندارد ۲. t با n درجه آزادی
۳. F با درجه آزادی n و ۱ ۴. F - دو با درجه $n-1$ آزادی

۶- در یک توزیع پواسن با پارامتر λ کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\mu = \sigma^2 = 2\lambda$ ۲. $\mu = -\sigma^2 = \lambda$ ۳. $\mu = \sigma^2 = \lambda$ ۴. $\mu = \sigma^2 = -\lambda$

۷- اگر x_1, x_2, \dots, x_n نمونه ای تصادفی از جامعه یکنواخت در بازه $[0, b]$ و $y(n)$ بزرگترین مشاهده باشد در این صورت $E(y^2(n))$ چقدر خواهد بود؟

۱. $\beta^2 = \frac{n}{n+2}$ ۲. $\beta = \frac{n}{n+1}$ ۳. $\beta^2 = \frac{n+1}{n}$ ۴. $\beta^2 = \frac{n+2}{n}$

۸- در برآورد میانگین یک جامعه نرمال بر مبنای یک نمونه تصادفی به اندازه $2n + 1$ ، کارایی میانه نسبت به میانگین چقدر است؟

$$\begin{array}{llll} \frac{4n}{\pi(2n+1)} \cdot 4 & \frac{(2n+1)}{4n\pi} \cdot 3 & \frac{4n}{\pi(n+1)} \cdot 2 & \frac{(2n+1)}{4n\pi} \cdot 1 \end{array}$$

۹- کدامیک از آماره های زیر، آماره بسنده برای پارامتر توزیع برنولی است؟

$$\begin{array}{ll} Y = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3} \cdot 2 & Y = \frac{1}{6}(x_1 + 2x_2 + x_3) \cdot 1 \\ Y = \frac{2x_1 + x_2 + x_3}{6} \cdot 4 & Y = x_1 + 2x_2 + x_3 \cdot 3 \end{array}$$

۱۰- اگر نمونه ای n تایی با تابع چگالی $f_x(x) = \frac{2(\theta-x)}{\theta^2}$ $0 < x < \theta$ باشد، آنگاه برآورد کننده ای برای θ به روش گشتاوری چقدر است؟

$$\begin{array}{llll} 3\bar{x} \cdot 4 & 2\bar{x} \cdot 3 & x \cdot 2 & x(n) \cdot 1 \end{array}$$

۱۱- اگر اعداد ۳ و ۶ و ۹ و ۱۰ و ۱۵ را از بازه $[0, b]$ انتخاب کنیم مقدار b با استفاده از روش درستنمایی ماکزیمم چقدر است؟

$$\begin{array}{llll} 10 \cdot 1 & 5/5 \cdot 2 & 12 \cdot 3 & 14 \cdot 4 \end{array}$$

۱۲- اگر واریانس جامعه ای ۴ باشد، حجم نمونه را چقدر انتخاب کنیم که با اطمینان ۹۵ در صد خطای برآورد ۰/۱ باشد

$$(Z_{0/025}=2)$$

$$\begin{array}{llll} 2500 \cdot 1 & 1600 \cdot 2 & 900 \cdot 3 & 400 \cdot 4 \end{array}$$

۱۳- نمونه ای به حجم ۴۰ نفر از دانشجویان یک دانشگاه انتخاب می کنیم و مشاهده می شود ۳۰ نفر آنها دختر است. کران بالای

فاصله اطمینان برای نسبت دختران در کل دانشگاه در سطح ۹۵ درصد چقدر است؟ $Z_{0/025} = 2$

$$\begin{array}{llll} 0/88 \cdot 1 & 0/79 \cdot 2 & 0/95 \cdot 3 & 0/74 \cdot 4 \end{array}$$

۱۴- کدامیک از مقادیر زیر تعریف خطای نوع دوم (β) است؟

$$\begin{array}{llll} 1. \text{رد به ناحق فرض صفر} & 2. \text{رد به حق فرض صفر} & 3. \text{رد به ناحق فرض یک} & 4. \text{قبول به حق فرض یک} \end{array}$$

۱۵- اگر X_1, X_2 دارای توزیع نرمال استاندارد باشند، $\frac{X_1 - X_2}{\sqrt{X_1^2 + X_2^2}}$ دارای چه توزیعی است؟

۱. نرمال استاندارد
۲. t با ۲ درجه آزادی
۳. F با درجه آزادی ۱ و ۲
۴. χ^2 با ۲ درجه آزادی

۱۶- اگر فرض شود واریانس جامعه ای برابر ۴ و نمونه ای به حجم ۱۶ از این جامعه انتخاب شود و $H_0: \mu = 17$ در مقابل $H_1: \mu = 18$ با فرض این که ناحیه بحرانی به صورت $K \leq \bar{x}$ باشد و خطای نوع اول برابر ۰/۰۵، در این صورت مقدار K چقدر است؟

$t = 2/23$
 $z = 1/96$

۱. ۱۵/۲ ۲. ۱۶/۱۸ ۳. ۱۹/۷ ۴. ۲۰/۱۵

۱۷- اطلاعات $X = 16$ و $S_x = 15$ و $n = 10$ از یک جامعه نرمال بدست آمده است. مقدار آماره فرض $H_0: \sigma^2 = 100$ چقدر است؟

۱. ۲۰/۲۵ ۲. ۶ ۳. ۱۵/۲۵ ۴. ۱/۳۵

۱۸- اگر $n = 10$ و $\sum x = 100$ و $\sum x^2 = 1376$ و $\sum y = 564$ و $\sum xy = 6945$ باشد، مقدار β در معادله خط رگرسیون چقدر است؟

۱. ۱/۲۳۱ ۲. ۱/۴۹۱ ۳. ۳/۴۷۱ ۴. ۵/۹۳۱

۱۹- از تقسیم دو متغیر تصادفی کی دو برهم (هریک تقسیم بر درجه آزادی) چه توزیعی حاصل می شود؟

۱. نرمال ۲. توزیع تی ۳. یکنواخت ۴. فیشر

۲۰- اگر خطای نوع اول را کاهش دهیم با فرض ثابت بودن سایر مشخصه ها توان آزمون و خطای نوع دوم چه تغییری خواهد کرد؟

۱. هر دو کاهش ۲. هر دو افزایش ۳. کاهش-افزایش ۴. افزایش-کاهش

سوالات تشریحی

۱۰۰ نمره

۱- اگر X دارای توزیع نمایی با پارامتر θ باشد، تابع توزیع و مقدار امید ریاضی توزیع را بدست آورید.

۲- اگر \bar{x} و s^2 میانگین و واریانس نمونه‌ای به اندازه n از جامعه‌ای نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2 باشد

$$\text{آنگاه } \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \text{ دارای چه توزیعی است و دلیل آن را بیان کنید.}$$

۳- نشان دهید \bar{x} یک برآورد کننده نااریب با کمترین واریانس برای μ میانگین جامعه نرمال است.

۴- در توزیع پواسن به کمک روش گشتاوری و درست‌نمایی ماکزیمم، پارامتر توزیع را برآورد کنید.

۵- اگر در نمونه‌گیری از دو جامعه مقادیر زیر را مشاهده کرده باشیم، یک فاصله اطمینان برای تفاضل میانگین دو جامعه در سطح ۹۵ درصد بدست آورید.

$$t = 2,23$$

$$z = 1,96$$

$$\begin{cases} n_1 = 4 \\ s_1^2 = 5 \\ \bar{x} = 14 \end{cases} \quad \begin{cases} n_2 = 8 \\ s_2^2 = 5 \\ \bar{x}_2 = 15 \end{cases}$$

ب) آزمون فرض $\begin{cases} H_0 : \mu_1 \leq \mu_2 \\ H_1 : \mu_1 > \mu_2 \end{cases}$ را در سطح ۹۵ درصد بررسی کنید.

۶- نمونه‌ای به حجم ۱۰۰ نفر از دانشجویان یک دانشگاه انتخاب کردیم و نتایج زیر بدست آمده است. آیا در سطح

۹۵ درصد می‌توان قبول کرد استعداد ریاضی و جنسیت افراد از هم مستقل هستند یا نه؟

(مقدار جدول ۱،۹۶)

استعداد ریاضی

عالی	متوسط	ضعیف	جنسیت
۱۰	۱۸	۱۴	
۱۴	۲۶	۸	مرد

۷- اگر مقادیر x, y به صورت زیر باشد معادله خط رگرسیون را بنویسید.

۷	۶	۵	۱	X
۱۵	۱۴	۱۰	۱۱	Y