

۱- حاصل عدد  $(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})^{1391}$  کدام است؟

۱.  $(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$       ۲.  $(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$       ۳.  $(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})$       ۴.  $(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})$

۲- جوابهای معادله  $z^n + z^{n-1} + \dots + z + 1 = 0$  با جواب های کدام یک از معادلات زیر برابر است؟

۱.  $z \neq -1, z^{n+1} + 1 = 0$       ۲.  $z \neq 1, z^{n+1} - 1 = 0$       ۳.  $z \neq 1, z^n - 1 = 0$       ۴.  $z \neq -1, z^n + 1 = 0$

۳- مکان هندسی نقاطی که در نامعادله  $\text{Re}(\frac{1}{z}) \leq \frac{1}{2}$  صدق می کنند کدام مجموعه می باشد؟

۱. خارج و روی دایره به مرکز  $(1,0)$  و شعاع ۱  
۲. داخل و روی دایره به مرکز  $(1,0)$  و شعاع ۱  
۳. خارج و روی دایره به مرکز  $(0,1)$  و شعاع ۱  
۴. داخل و روی دایره به مرکز  $(0,1)$  و شعاع ۱

۴- مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط که در رابطه  $\frac{|z-1+i|}{|2z-3i|} = \frac{1}{2}$  صدق می کند کدام است؟

۱. خط راست      ۲. دایره      ۳. بیضی      ۴. هذلولی

۵- در مورد تابع  $f(z) = \begin{cases} \frac{x^3 - y^3}{x^2 + y^2} + i\frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} & z = x + iy \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$  کدام گزینه صحیح است؟

۱. این تابع در  $z = 0$  مشتق پذیر نیست و در این نقطه در روابط کوشی ریمان صدق نمی کند.  
۲. این تابع در  $z = 0$  مشتق پذیر است ولی در این نقطه در روابط کوشی ریمان صدق نمی کند.  
۳. این تابع در  $z = 0$  مشتق پذیر نیست ولی در این نقطه در روابط کوشی ریمان صدق می کند.  
۴. این تابع در  $z = 0$  مشتق پذیر است و در این نقطه در روابط کوشی ریمان صدق می کند.

۶- تصویر خط  $y = \frac{1}{2}$  تحت تبدیل  $w = z^2$  در صفحه  $w$  کدام است؟

۱.  $u = \frac{1}{4} - v^2$       ۲.  $u = v^2 - \frac{1}{4}$       ۳.  $u = \frac{1}{4}$       ۴.  $u^2 + v^2 = \frac{1}{4}$

۷- تصویر خط افقی  $y = k \neq 0$  تحت نگاشت  $w = \sin z$  کدام است؟

۱. خط راست افقی      ۲. خط راست قائم      ۳. هذلولی      ۴. بیضی

۸- کدام نقطه، یک نقطه تکین تابع  $\tanh z$  می باشد؟

۱.  $\frac{3\pi}{2}i$       ۲.  $\pi i$       ۳.  $\pi$       ۴.  $\frac{5\pi}{2}$

۹- مقدار اصلی عدد  $(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2})^{3\pi}$  کدام است؟

۱.  $e^{-\pi}$       ۲.  $e^{\pi}$       ۳.  $e^{\pi^2}$       ۴.  $e^{-\pi^2}$

۱۰- یک مزدوج موزون برای تابع  $u(x, y) = \sin(x^2 - y^2) \cosh 2xy$  عبارت است از:

۱.  $v(x, y) = \cos 2xy \sinh(x^2 - y^2)$       ۲.  $v(x, y) = \cos(x^2 - y^2) \sinh 2xy$   
۳.  $v(x, y) = \cos(x^2 - y^2) \cosh 2xy$       ۴.  $v(x, y) = \sin 2xy \cosh(x^2 - y^2)$

۱۱- هرگاه  $C$  مسیر بین  $-i$  و  $i$  و در جهت  $-i$  به  $i$  باشد، حاصل  $\int_C (x^p + iy^p) dz$  کدام است؟

۱.  $0$       ۲.  $\pi$       ۳.  $-\frac{2}{3}$       ۴.  $\frac{1}{3}$

۱۲- مقدار انتگرال  $\int_{|z|=1} \frac{z^4 + 1}{(2z + 1)^3} dz$  برابر است با:

۱.  $-\frac{3\pi i}{8}$       ۲.  $\frac{\pi i}{8}$       ۳.  $\frac{3\pi}{8}$       ۴.  $\frac{3\pi i}{8}$

۱۳- با توجه به سری لوران  $f(z) = \frac{1 - \cos z}{z^2}$  نقطه  $z = 0$  چه نوع نقطه ای برای  $f(z)$  است؟

۱. تکین اساسی      ۲. تکین بیمایه      ۳. قطب مرتبه اول      ۴. قطب مرتبه دوم

۱۴- نقطه  $z = \infty$  چه نوع نقطه ای برای تابع  $f(z) = e^z$  است؟

۱. تکین اساسی      ۲. تکین بیمایه      ۳. نقطه عادی      ۴. قطب مرتبه دوم

۱۵- مانده تابع  $f(z) = \frac{1}{e^{z^p} z^p}$  در نقطه  $z=0$  کدام است؟

۱.  $\frac{1}{2}$       ۲.  $-1$       ۳.  $1$       ۴.  $0$

۱۶- مانده تابع  $f(z) = e^{z+\frac{1}{z}}$  در نقطه  $z=0$  کدام است؟

۱.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}$       ۲.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!}$       ۳.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$       ۴.  $0$

۱۷- مانده تابع  $f(z) = \frac{2-z^2}{2+z^2} \cdot \frac{1}{z}$  در بینهایت کدام است؟

۱.  $\frac{1}{2}$       ۲.  $0$       ۳.  $-1$       ۴.  $1$

۱۸- هرگاه  $f$  در  $D$  بجز  $z_0 \in D$  که قطب مرتبه  $m$  ام  $f$  است، تحلیلی باشد، در اینصورت  $z_0$  چه نقطه ای برای

$$g(z) = \begin{cases} \frac{1}{f(z)} & z \neq z_0 \\ 0 & z = z_0 \end{cases}$$

است؟

۱. صفر مرتبه  $m$  ام      ۲. قطب مرتبه  $m$  ام      ۳. تکین اساسی      ۴. تکین بیمایه

۱۹- حاصل انتگرال  $\int_{|z|=1} \frac{\sinh z}{z^6} dz$  کدام است؟

۱.  $\frac{2\pi i}{6!}$       ۲.  $\frac{2\pi i}{5!}$       ۳.  $\frac{2\pi i}{4!}$       ۴.  $\frac{2\pi i}{3!}$

۲۰- مقدار  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2+4} dx$  برابر است با:

۱.  $\frac{\pi}{2e}$       ۲.  $-\frac{\pi}{e^2}$       ۳.  $\frac{\pi}{2e^2}$       ۴.  $\frac{\pi}{e^2}$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید که تابع  $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + e^{-x} \cos y$  موزون است و سپس مزدوج موزون و تابع تحلیلی  $f(z) = u + iv$  را به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۲- تصویر نوار نیمه منتهای  $x \geq 0$  و  $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$  را تحت نگاشت  $w = \frac{-i}{z}$  به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۳- انتگرال  $\int_C |z-1| |dz|$  را که در آن  $C$  دایره واحد است و در جهت مثلثاتی طی می شود، محاسبه کنید.

۱.۴۰ نمره

۴- قضیه: اصل ماکزیمم قدر مطلق را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- حاصل انتگرال های زیر را به کمک قضیه مانده ها به دست آورید.

$$\int_{|z|=1} z^n e^{\frac{2}{z}} dz \quad (\text{الف})$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 - \sin \theta}$$