

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- هرگاه ماتریس  $A$  در رابطه  $A^3 + 2A^2 + 5A + I = O$  صدق کند، وارون  $A$  کدام است؟

۱.  $A^{-1} = A^2 + 2A + 5I$       ۲.  $A^{-1} = -(A^2 + 2A + 5I)$

۳.  $A^{-1} = -(A^3 + 2A^2 + 5A)$       ۴. ماتریس  $A$  وارون پذیر نیست.

۲- هرگاه  $A$  یک ماتریس پاد متقارن باشد، به ازای هر بردار دلخواه  $X$ ، حاصل  $X'AX$  کدام است؟

۱. صفر      ۲. مثبت      ۳. منفی      ۴. مشخص نیست.

۳- نوع ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1+i \\ 1-i & 0 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱. پاد متقارن      ۲. متقارن      ۳. هرمیتی      ۴. یکنانی

۴- وارون ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} -5 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$       ۲.  $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -7 \end{bmatrix}$

۳.  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \end{bmatrix}$       ۴.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & -5 \end{bmatrix}$

۵- هرگاه  $X = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  باشد،  $\|X\|_3$  کدام است؟

۱. ۶      ۲. ۵      ۳.  $\sqrt[3]{34}$       ۴. ۱

۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $\|A\|_\infty - \|A\|_1$  کدام است؟

۱. -۳      ۲. ۳      ۳. -۱      ۴. ۱

۷- هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، عدد شرطی  $A$  با نرم ستونی ( $\|A\|_1$ ) کدام است؟

۱. ۳۵      ۲. ۳      ۳. ۷      ۴. ۲

۸- در تجزیه  $LU$  ماتریس  $A$ ، اگر درایه های قطری ماتریس  $U$  برابر یک انتخاب شوند، این تجزیه چه نامیده می شود؟

۱. تجزیه چولسکی      ۲. تجزیه دولیتل      ۳. تجزیه کروت      ۴. تجزیه  $QR$

۹- در حل دستگاه  $AX = b$  به روش حذفی گاوس در چه صورت تعویض جای سطر و ستون ها لازم نیست؟

۱.  $A$  ماتریس منفرد باشد.      ۲.  $A$  ماتریس متقارن باشد.      ۳.  $A$  ماتریس معین مثبت باشد.      ۴.  $A$  ماتریس پایین مثلثی باشد.

۱۰- در دستگاه زیر مقدار  $\|B_j\|_\infty$  که در آن ماتریس روش تکراری ژاکوبی است، کدام است؟

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 + 8x_3 = 16 \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 16 \\ 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 51 \end{cases}$$

۱. ۰/۹      ۲. ۱      ۳. ۰/۸      ۴. ۰/۵

۱۱- اگر دستگاه سؤال ۱۰ رابه روش ژاکوبی با  $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  حل کنیم، مقدار  $X^{(3)}$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1.6 \\ 1.6 \\ 5.1 \end{bmatrix}$  .۲  $\begin{bmatrix} -2.01 \\ 0.972 \\ 5.544 \end{bmatrix}$  .۳  $\begin{bmatrix} -2.64 \\ 0.42 \\ 4.46 \end{bmatrix}$  .۴  $\begin{bmatrix} -2.210 \\ 0.825 \\ 7.23 \end{bmatrix}$

۱۲- اگر دستگاه سؤال ۱۰ را به روش تکراری گاوس سایدل با  $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  حل کنیم، مقدار  $X^{(2)}$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 2.575 \\ 1.1231 \\ 5.796 \end{bmatrix}$  .۲  $\begin{bmatrix} -2.1376 \\ 1.91536 \\ 5.9944 \end{bmatrix}$  .۳  $\begin{bmatrix} 1.6 \\ 1.44 \\ 4.492 \end{bmatrix}$  .۴  $\begin{bmatrix} -2.1376 \\ 0.91536 \\ 5.3444 \end{bmatrix}$

۱۳- اگر در حل دستگاه  $AX = b$  به روش گاوس سایدل بزرگترین و کوچکترین مقدار ویژه  $B_g$  به ترتیب برابر  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{3}{4}$  باشند، بهترین انتخاب  $\omega$  برای روش SOR کدام است؟

۱.  $\frac{2}{0.83}$  .۲  $\frac{1}{21}$  .۳  $\frac{1}{76}$  .۴  $\frac{1}{625}$

۱۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  باشد،  $\|A\|_2$  کدام است؟

۱.  $2\sqrt{5}$  .۲ 20 .۳  $\sqrt{10}$  .۴ 5

۱۵- روش معکوس توانی روشی برای تقریب...

۱. بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  می باشد.  
۲. کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $A^{-1}$  می باشد.  
۳. کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  از نظر قدر مطلق می باشد.  
۴. دومین مقدار ویژه ماتریس  $A$  از نظر قدر مطلق می باشد.

۱۶- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی باشد، کدام یک از عبارات های زیر درست است؟

۱.  $\|A\|_1 < \rho(A) < \|A\|_\infty$  .۱

۲.  $\rho(A) < \|A\|_\infty$  .۲

۳.  $\rho(A) < \|A\|_1$  .۳

۴.  $\rho(A) \leq \min \{\|A\|_1, \|A\|_\infty\}$  .۴

۱۷- هرگاه روش تکرار توانی را برای تقریب مقدار ویژه غالب  $A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}$  با بردار اولیه  $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  به کار گیریم،

دومین تقریب  $\lambda_1$  کدام است؟

۱. ۱۲

۲. ۹

۳.  $\frac{16}{3}$

۴. ۹

۱۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$  باشد  $\|A\|_p$  کدام است؟

۱. ۵

۲. ۱

۳.  $\sqrt{5}$

۴. ۳

۱۹- هرگاه روش ژاکوبی را برای قطری کردن ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{bmatrix}$  به کار ببریم، در اولین تکرار بری صفر کردن

درایه ماکزیمم، مقدار  $\theta$  چقدر محاسبه می شود؟

۱.  $\frac{\pi}{2}$

۲.  $\frac{\pi}{4}$

۳. ۰.۵۲۷۲

۴. -۰.۵۲۷۲

۲۰- اگر بخواهیم  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & -1 \end{bmatrix}$  را به روش هاوس هلدر سه قطری کنیم، بردار  $V_2$  کدام است؟

۴.  $\begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{5} \\ 2 \\ \sqrt{5} \\ 1 \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}$

۳.  $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ \sqrt{5} \\ 1 \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}$

۲.  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ \sqrt{5} \\ 1 \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}$

۱.  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \sqrt{5} \\ -2 \\ \sqrt{5} \end{bmatrix}$

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- الف) اگر  $A$  یک ماتریس ناصفر باشد، نشان دهید  $tr(AA^t) > 0$ .

ب) نشان دهید رابطه  $\|A\| = \max_{1 \leq i, j \leq n} |a_{ij}|$  نمی تواند یک نرم ماتریسی تعریف کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$  یک ماتریس معین مثبت است. سپس به روش چولسکی آن را به صورت  $LL^t$  تجزیه کنید، که در آن  $L$  ماتریس پایین مثلثی است.

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه: فرض کنید  $\lambda$  یک مقدار ویژه  $A$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن باشد. اگر  $A^{-1}$  موجود باشد، ثابت کنید  $\frac{1}{\lambda}$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن است.

۱.۴۰ نمره

۴- چند جمله ای مشخصه ماتریس سه قطری متقارن  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  را بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۵- معادله دیفرانسیل با مقدار مرزی زیر را به ازای  $h = 0.2$  حل کنید. (حل دستگاه نهایی لازم نیست).

$$y'' + (\sin x)y' - (\cos x)y = \ln x \quad 1 \leq x \leq 2$$

$$y(1) = 1$$

$$y(2) = 0$$