



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۱- $1 \leq a \leq 6$ عدد طبیعی مفروضی است و m و n به ترتیب تعداد یالها و رأسهای گراف مفروض G هستند که در شرط $m \leq 3n - a$ صدق می کنند. با این شرایط کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱. درجه هر رأس G حداقل ۶ است. ۲. G حداقل یک رأس مانند v دارد که $\deg v = 6$.

۳. G حداقل یک رأس مانند v دارد که $\deg v \leq 5$. ۴. درجه هر رأس G حداقل ۷ است.

۲- کدام یک از احکام زیر در مورد ماتریس وقوع یک گراف بدون طوقه در حالت کلی صحیح است؟

۱. مجموع اعداد هر سطر دقیقاً برابر ۲ است.

۲. مجموع اعداد هر ستون دقیقاً برابر ۲ است.

۳. مجموع کل درایه های ماتریس برابر تعداد یالهای گراف است.

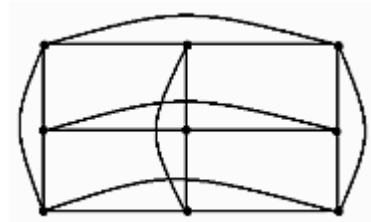
۴. مجموع اعداد هر ستون حداقل برابر ۲ است.

۳- اگر G گرافی مکعبی با $p \geq 6$ رأس باشد آنگاه

۱. $\frac{3p}{2}$ عددی فرد است و G دقیقاً ۲ یال دارد. ۲. $\frac{3p}{2}$ عددی زوج است و G دقیقاً ۲ یال دارد.

۳. $\frac{3p}{2}$ عددی زوج است و G حداقل ۲ یال دارد. ۴. $\frac{3p}{2}$ عددی فرد است و G حداقل ۲ یال دارد.

۴- فرض کنید گراف G به صورت روبرو باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟



۱. $G = K_3 \times K_3$ ۲. $G = K_3 + K_3$ ۳. $G = K_3[K_3]$ ۴. $G = K_3 \cup K_3$

پایگاه خبری دانشجویان پیام نور
WWW.PNUNA.COM
« آخرین اخبار دانشجویان پیام نور »
« بانک نمونه سوالات پیام نور »

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

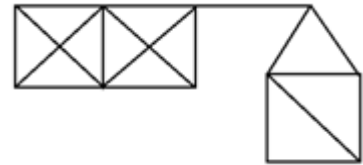
عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۵- در یک گروه دوستی ۶ نفره همواره داریم

۱. ۳ نفر وجود دارند که دو به دو همدیگر را می شناسند.
۲. ۳ نفر وجود دارند که هیچ یک دیگری را نمی شناسد.
۳. یا ۳ نفر وجود دارند که دو به دو همدیگر را می شناسند، یا ۳ نفر وجود دارند که هیچ یک دیگری را نمی شناسد.
۴. ۳ نفر وجود دارند که دو به دو همدیگر را می شناسند و ۳ نفر وجود دارند که هیچ یک دیگری را نمی شناسد.

۶- گراف شکل مقابل دارای چند دسته ماکسیمال است؟



۱. ۶ دسته ۲. ۵ دسته ۳. ۴ دسته ۴. ۷ دسته

۷- کدام گزینه صحیح است؟

$$Spec(K_n) = \begin{pmatrix} n-1 & -1 \\ 1 & n-1 \end{pmatrix} \quad .2$$

$$Spec(K_n) = \begin{pmatrix} n & -1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \quad .1$$

$$Spec(K_n) = \begin{pmatrix} n & 1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \quad .4$$

$$Spec(K_n) = \begin{pmatrix} n-1 & 1 \\ -1 & n-1 \end{pmatrix} \quad .3$$

۸- فرض کنید G یک گراف ۴ رأسی و $\chi(G, \lambda) = \lambda^4 - 5\lambda^2 - 6\lambda + 8$ در این صورت

۱. G دارای ۴ مثلث است.
۲. G دارای ۵ مثلث است.
۳. G دارای ۳ مثلث است.
۴. G دارای ۱ مثلث است.

۹- برای یک گراف k -منظم کدام گزینه صحیح است؟

۱. همواره k یک مقدار مشخصه با درجه تکرار یک است.
۲. قدر مطلق هر مقدار مشخصه حداقل برابر k است.
۳. قدر مطلق هر مقدار مشخصه حداکثر برابر k است.
۴. همواره k یک مقدار مشخصه با درجه تکرار دو است.

۱۰- اگر W ماتریس گردش با سطر اول $[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$ آنگاه حاصل $\det(W - \lambda I)$ برابر است با

۱. $(-1)^n (\lambda^n - 1)$
۲. $(\lambda^n - 1)$
۳. $(-1)^n (\lambda^n + 1)$
۴. $(\lambda^n + 1)$



زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۱۱- اگر G گراف ساده و k -منظمی با طیف $Spec(G) = \begin{pmatrix} k & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_s \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s \end{pmatrix}$ باشد آنگاه

$$1. \quad Spec(L(G)) = \begin{pmatrix} k-2 & \lambda_1-2 & \lambda_2-2 & \dots & \lambda_s-2 & -2 \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s & m-n \end{pmatrix}$$

$$2. \quad Spec(L(G)) = \begin{pmatrix} 2k-2 & \lambda_1+k-2 & \lambda_2+k-2 & \dots & \lambda_s+k-2 & -2 \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s & m-n \end{pmatrix}$$

$$3. \quad Spec(L(G)) = \begin{pmatrix} 2k-1 & \lambda_1+k-1 & \lambda_2+k-1 & \dots & \lambda_s+k-1 & -1 \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s & m-n \end{pmatrix}$$

$$4. \quad Spec(L(G)) = \begin{pmatrix} k & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_s & -2 \\ 1 & m_1 & m_2 & \dots & m_s & m-n \end{pmatrix}$$

۱۲- عدد اشتراک گراف $k_{r,4}$ برابر است با

۷ . ۳

۱۲ . ۲

۶ . ۱

۱۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱- اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس باشد، آنگاه G دارای دور هامیلتونی است اگر و تنها اگر برای هر دو رأس غیر مجاور x و y از آن داشته باشیم $\deg x + \deg y \geq n$

$n-1$

۲- اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس بوده که درجه یک رأس آن حداقل ۲ باشد، آنگاه G دارای دور هامیلتونی است.

۳- هر گراف دوبخشی دارای دور هامیلتونی است.

۴- اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس بوده و که برای هر دو رأس غیر مجاور x و y از آن داشته باشیم $\deg x + \deg y \geq n$ آنگاه G دارای دور هامیلتونی است.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۱۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. برای هر $n \geq 2$ گراف $k_{n,n}$ هامیلتونی نیست.

۲. برای هر $n \geq 2$ گراف $k_{n,n}$ هامیلتونی است ولی $k_{n,n+1}$ هامیلتونی نیست.

۳. برای هر $n \geq 2$ گراف $k_{n,n+1}$ هامیلتونی است.

۴. برای هر $n \geq 2$ گراف $k_{n,n}$ و $k_{n,n+1}$ هامیلتونی نیستند.

۱۵- اگر در گراف همبند G یال x یک پل و v یک رأس برشی باشد آنگاه

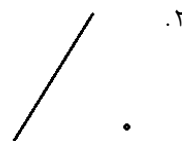
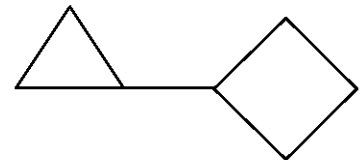
۱. برای هر رأس u و w یال x روی هر مسیر بین u و w قرار دارد.

۲. برای هر رأس u و w رأس v روی هر مسیر بین u و w قرار دارد.

۳. رأسهای u و w وجود دارند که رأس v روی هیچ مسیر بین u و w قرار ندارد.

۴. رأسهایی مانند u و w وجود دارند که x روی هر مسیر بین u و w قرار دارد.

۱۶- گراف بلوکی گراف روبرو کدام است؟



۱۷- برای هر گراف همبند G همواره داریم

۱. $k(G) \leq k'(G) \leq \delta(G)$

۲. $k'(G) \leq k(G) \leq \delta(G)$

۳. $\delta(G) \leq k'(G) \leq k(G)$

۴. $\delta(G) \leq k(G) \leq k'(G)$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۰)

۱۸- کدام گزینه صحیح است؟

$$1. \chi(K_n) = n - 1 \quad \chi(C_n) = \begin{cases} 2 & n = 2k \\ 3 & n = 2k + 1 \end{cases}$$

همواره داریم:

$$2. \chi(P_n) = 2, \quad \chi(C_n) = 2$$

همواره داریم:

$$3. \chi(K_n) = n, \quad \chi(C_n) = \begin{cases} 2 & n = 2k \\ 3 & n = 2k + 1 \end{cases}$$

همواره داریم:

$$4. \chi(K_n) = n, \quad \chi(C_n) = 3$$

همواره داریم:

۱۹- کدام گزینه صحیح است؟

$$1. \text{ عدد تقاطع هر گراف ساده کامل برابر صفر و عدد تقاطع } k_{3,4} \text{ برابر ۲ است.}$$

$$2. \text{ عدد تقاطع } k_{3,4} \text{ برابر ۱ است و عدد تقاطع یک درخت همواره برابر صفر است.}$$

$$3. \text{ عدد تقاطع هر گراف ساده کامل برابر صفر است.}$$

$$4. \text{ عدد تقاطع یک درخت همواره برابر صفر و عدد تقاطع } k_{3,4} \text{ برابر ۲ است.}$$

۲۰- در هر گراف مسطح داریم:

$$1. \text{ لزوماً رأسی با درجه ۴ وجود ندارد ولی این گراف ۴ رنگ پذیر است.}$$

$$2. \text{ لزوماً رأسی با درجه ۵ وجود ندارد ولی این گراف ۵ رنگ پذیر است.}$$

$$3. \text{ رأسی با درجه حداکثر ۴ وجود دارد و این گراف ۴ رنگ پذیر است.}$$

$$4. \text{ رأسی با درجه حداکثر ۵ وجود دارد و این گراف ۵ رنگ پذیر است.}$$

سوالات تشریحی

نمره ۲،۳۳

۱- الف) فرض کنید p, q, r به ترتیب تعداد راس‌ها و تعداد یال‌ها و تعداد ناحیه‌های یک نمایش گراف همبند و

$$\text{مسطح } G \text{ در صفحه، باشد ثابت کنید در این صورت } p - q + r = 2$$

اگر شرط همبندی از فرض قضیه حذف گردد و گراف G ناهمبند باشد در این صورت فرمول فوق به چه صورتی خواهد بود.

ب) ثابت کنید اگر G گرافی همبند ساده و مسطح با p راس ($p \geq 3$) و q یال باشد آن گاه

$$q \leq 3p - 6$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۶۰

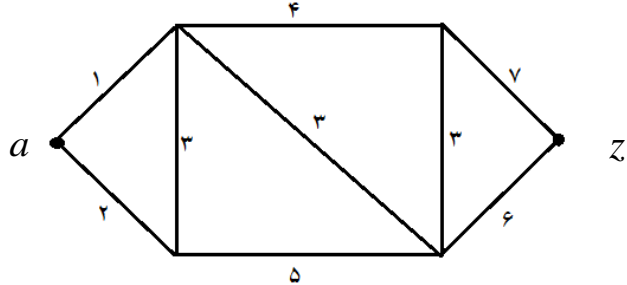
تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

عنوان درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۶ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۰۰)

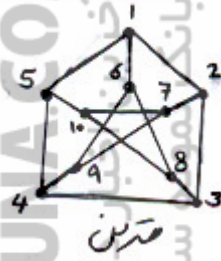
۱۰۱۷ نمره

۲- با استفاده از الگوریتم کوتاهترین مسیر بین نقاط a و z را تعیین کنید. مراحل اجرای الگوریتم را بنویسید.



۱۰۱۷ نمره

۳- عدد همبندی راسی $k(G)$ و عدد همبندی یالی $k'(G)$ را تعریف نمایید. عدد همبندی راسی و عدد همبندی یالی گراف k_n و پترسن را بیابید.



۲،۳۳ نمره

۴- عدد رنگی (عدد کروماتیک) گرافهای زیر را بیابید

