

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- کدامیک از موارد زیر از اجزاء تشکیل دهنده یک سری زمانی است؟

- ۰۱ درصد متوسط سالانه ۰۲ درصد روند ۰۳ متوسط سالانه ۰۴ روند

۲- یکی از معایب روش میانگین متحرک در محاسبه روند یک سری زمانی این است که:

- ۰۱ فقط تعدادی از مقادیر ابتدای سری زمانی حذف می شوند.
۰۲ فقط تعدادی از مقادیر انتهای سری زمانی حذف می شوند.
۰۳ تعدادی از مقادیر ابتدا و انتهای سری زمانی حذف می شوند.
۰۴ مقادیر محاسبه شده میانگینهای متحرک دقیقا در مقابل مشاهدات قرار میگیرند.

۳- کدام گزینه در مورد تابع T_k صحیح است؟

- ۰۱ معین مثبت است.
۰۲ نیمه معین مثبت است.
۰۳ همواره مقداری نزولی است.
۰۴ دارای توزیع تقریبی نرمال است.

۴- کدام گزینه صحیح است؟

- ۰۱ سری زمانی مانای ضعیف است اگر تنها تابع میانگین به زمان بستگی نداشته باشد.
۰۲ سری زمانی مانای قوی است اگر تنها تابع اتوکوریلانس به تاخیر زمانی بستگی داشته باشد.
۰۳ اگر سری زمانی مانای ضعیف باشد مانای قوی نیز است.
۰۴ اگر سری زمانی مانای قوی باشد مانای ضعیف نیز است.

۵- فرآیند زیر را در نظر بگیرید:

$$X_t = 0.3X_{t-1} + Z_t$$

- ۰۱ همواره وارون پذیر است اما مانا نیست .
۰۲ همواره ماناست اما وارون پذیر نیست.
۰۳ هم مانا و هم وارون پذیر است.
۰۴ نه مانا و نه وارون پذیر است.

۶- در سوال قبل مقدار تابع خودهمبستگی از مرتبه ۳ چقدر است؟

- ۰۱ /۰.۹ ۰۲ /۰.۲۷ ۰۳ /۰.۳ ۰۴ /۰.۲۷ -

۷- در سری زمانی زیر مقدار واریانس سری وقتی $\sigma_z^2 = 5$ چقدر است؟

$$X_t = 0.8X_{t-1} + Z_t$$

- ۰.۸ .۱ ۱۳/۹ .۲ ۱/۲ .۳ ۰.۹ .۴

۸- کدام گزینه شرط مانایی یک فرآیند اتورگرسیو مرتبه یک است؟

- $|\rho_1| > \frac{1}{\rho}$.۱ $|\rho_1| < \frac{1}{\rho}$.۲ $|\rho_1| < 1$.۳ $|\rho_1| > 1$.۴

۹- تابع اتوکواریانس مرتبه ۲ سری زیر کدام است؟

$$X_t = Z_t - 0.8Z_{t-1}$$

- صفر .۱ $0.8\sigma_z^2$.۲ $1/64\sigma_z^2$.۳ $-0.8\sigma_z^2$.۴

۱۰- در سوال قبل مقدار تابع خودهمبستگی مرتبه ۱ چقدر است؟

- $-0.8\sigma_z^2$.۱ $0.8\sigma_z^2$.۲ $1/64$.۳ -0.8 .۴

۱۱- کدامیک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. تنها یک فرآیند اتورگرسیو دارای وارون را می توان بصورت یک فرآیند میانگین متحرک نامتناهی نوشت.
۲. یک فرآیند اتورگرسیومتناهی را می توان بصورت یک فرآیند میانگین متحرک نامتناهی نوشت.
۳. تنها یک فرآیند اتورگرسیو مانا را می توان بصورت یک فرآیند میانگین متحرک نامتناهی نوشت.
۴. یک فرآیند اتورگرسیو را نمی توان بصورت یک فرآیند میانگین متحرک نامتناهی نوشت.

۱۲- کدام مدل یک الگوی اتورگرسیو میانگین متحرک مرتبه (۱و۱) را نشان میدهد؟

- $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$.۱ $X_t = \alpha_1 X_{t-1} - Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$.۲
- $X_t = \alpha_1 X_{t-1} - Z_t + \beta_1 Z_{t-1}$.۳ $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t + \beta_1 Z_{t-1}$.۴

۱۳- کدام یک از موارد زیر از مراحل الگو سازی یک سری زمانی نیست؟

۱. شناخت الگو
۲. بررسی درستی تشخیص
۳. برآورد پارامترهای الگو
۴. مولد اتوکواریانس الگو

۱۴- تابع چگالی طیفی فرآیند تصادفی محض کدام است:

$$\begin{array}{llll} \frac{\sigma_z^2}{\pi} & \cdot 4 & \frac{\sigma_z^2}{2} & \cdot 3 \\ \sigma_z^2 & \cdot 2 & \sigma_z^2 & \cdot 1 \\ \frac{\sigma_z^2}{2\pi} & & & \end{array}$$

۱۵- معادله مفسر سری زیر کدام است؟

$$X_t = -0.5X_{t-1} - 0.2X_{t-2} + Z_t$$

$$Y_t - 0.5Y_{t-1} + 0.2 = 0 \quad \cdot 2$$

$$Y_t - 0.5Y_{t-1} - 0.2 = 0 \quad \cdot 1$$

$$Y_t + 0.5Y_{t-1} + 0.2 = 0 \quad \cdot 4$$

$$Y_t + 0.5Y_{t-1} - 0.2 = 0 \quad \cdot 3$$

۱۶- اگر تابع مولد اتوکواریانس بصورت زیر باشد، کدام گزینه زیر صحیح است؟

$$\Gamma(B) = \sigma_z^2 (1 + \alpha^2) + \alpha \sigma_z^2 B^{-1} + \alpha \sigma_z^2 B$$

$$\gamma(1) = \sigma_z^2 (1 - \alpha^2), \gamma(0) = \sigma_z^2 \alpha \quad \cdot 2$$

$$\gamma(0) = \sigma_z^2 (1 + \alpha^2), \gamma(1) = \sigma_z^2 \alpha \quad \cdot 1$$

$$\gamma(0) = \sigma_z^2 (1 - \alpha^2), \gamma(1) = \sigma_z^2 \alpha \quad \cdot 4$$

$$\gamma(1) = \sigma_z^2 (1 + \alpha^2), \gamma(0) = \sigma_z^2 \alpha \quad \cdot 3$$

۱۷- کدام یک از تبدیلات زیر برای داشتن واریانس ثابت اعمال می شود اگر:

$$Var(X_t) = C\mu_t$$

$$T(\mu_t) = \frac{1}{\mu_t} \quad \cdot 4$$

$$T(\mu_t) = \frac{-1}{\mu_t} \quad \cdot 3$$

$$T(\mu_t) = 2\sqrt{\mu_t} \quad \cdot 2$$

$$T(\mu_t) = \frac{-1}{\sqrt{\mu_t}} \quad \cdot 1$$

۱۸- کدام گزینه در مورد تابع توزیع طیفی صحیح است؟

۱. در بازه $(0, \pi)$ یکنوای کاهشی است.

۲. از دو تابع پیوسته نزولی و پله ای نزولی تشکیل شده است.

۳. از دو تابع پیوسته نانزولی و پله ای نانزولی تشکیل شده است.

۴. از دو تابع پیوسته نزولی و پله ای نانزولی تشکیل شده است.

۱۹- کدام گزینه برای تابع اتوکواریانس سری زیر صحیح است؟

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$$

$$\gamma_0 = \frac{(1 + \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1)}{(1 - \alpha_1^2)} \sigma_1^2 \quad .2$$

$$\gamma_0 = \frac{(1 + \beta_1^2 + 2\alpha_1\beta_1)}{(1 - \alpha_1^2)} \sigma_1^2 \quad .1$$

$$\gamma_1 = \frac{(1 + \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1)}{(1 - \alpha_1^2)} \sigma_1^2 \quad .4$$

$$\gamma_1 = \frac{(1 + \beta_1^2 + 2\alpha_1\beta_1)}{(1 - \alpha_1^2)} \sigma_1^2 \quad .3$$

۲۰- واریانس فرایند میانگین متحرک مرتبه یک بصورت زیر کدام است؟

$$X_t = Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$$

$$-\sigma_z^2 \beta_1^2 \quad .4$$

$$\sigma_z^2 \beta_1^2 \quad .3$$

$$\sigma_z^2 (1 + \beta_1^2) \quad .2$$

$$\sigma_z^2 (1 - \beta_1^2) \quad .1$$

۲۱- در سوال ۲۰ (سوال قبل) خود همبستگی مرتبه ۱ باید در چه شرطی صدق کند؟

$$-\frac{1}{\beta_1} < r_1 < \frac{1}{\beta_1} \quad .4$$

$$0 < r_1 < \frac{1}{\beta_1} \quad .3$$

$$-1 < r_1 < 1 \quad .2$$

$$0 < r_1 < 1 \quad .1$$

۲۲- برای الگوی زیر کدام گزینه صحیح است؟

$$X_T = \alpha X_{t-1} + Z_t - \theta Z_{t-1}$$

$$\hat{X}_t(1) = \alpha X_t + \theta_0 - \theta Z_t \quad .2$$

$$\hat{X}_t(1) = \alpha X_t - \theta_0 - \theta Z_t \quad .1$$

$$\hat{X}_t(1) = \alpha X_t + \theta_0 + \theta Z_t \quad .4$$

$$\hat{X}_t(1) = \alpha X_t - \theta_0 + \theta Z_t \quad .3$$

۲۳- رابطه زیر الگوی چه فرآیندی است؟

$$(1-B)X_t = (1-\theta B)Z_t$$

$$AR(1) \quad .4$$

$$ARI(0,1) \quad .3$$

$$IMA(1,1) \quad .2$$

$$IMA(0,1) \quad .1$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: سریهای زمانی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۷ - آمار ۱۱۱۷۰۳۵ - آمار و کاربردها ۱۱۷۱۵۸)

۲۴- کدامیک از روابط زیر در مورد تابع چگالی طیفی صحیح است:

$$f(\omega) = \Gamma(e^{-i\omega}) \quad .۲$$

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{ik\omega} \quad .۱$$

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \Gamma(e^{-i\omega}) \quad .۴$$

$$f(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{ik\omega} \quad .۳$$

۲۵- در یک فرآیند میانگین متحرک مرتبه ۱، برآورد پارامتر کدام گزینه است؟

$$X_t = Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\beta_1^2}}{2\beta_1} \quad .۴$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\beta_1^2}}{2\beta_1} \quad .۳$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\beta_1^2}}{2\beta_1} \quad .۲$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4\beta_1^2}}{2\beta_1} \quad .۱$$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید X, Y دو متغیر تصادفی هستند که:

$$\rho = \frac{1}{2} \quad \sigma_x^2 = 9 \quad \sigma_y^2 = 4 \quad \mu_x = \mu_y = 0$$

مطلوبست محاسبه $\text{cov}(X + Y, X)$

۲- در فرآیند زیر توابع اتوکواریانس و خودهمبستگی را بیابید و همبستگی نگار را رسم کنید.

$$X_t = \frac{1}{2}X_{t-1} - \frac{1}{2}X_{t-2} + Z_t$$

۳- دو الگوی زیر را در نظر بگیرید:

$$X_t = X_{t-1} + Z_t - \frac{1}{2}Z_{t-1}$$

$$X_t = \frac{1}{9}X_{t-1} + \frac{1}{9}X_{t-2} + Z_t$$

الف) هریک را بصورت الگوی ARIMA بنویسید.

ب) وجوه اختلاف دو الگو چیست؟

۴- طیف فرآیند اتورگرسیو مرتبه اول را بیابید.

۵- در مسئله قبل (مسئله ۴) تابع مولد اتوکواریانس را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره