

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

$$1- \text{کدامیک ریشه معادله } z^4 - 1 = i \text{ است؟}$$

$$\sqrt[4]{2}[\cos(\frac{\pi}{16}) + i \sin(\frac{\pi}{16})]$$

$$\sqrt[4]{2}[\cos(\frac{\pi}{16}) + i \sin(\frac{\pi}{16})]$$

$$\sqrt[4]{2}[\cos(\frac{\pi}{8}) + i \sin(\frac{\pi}{8})]$$

$$\sqrt[4]{2}[\cos(\frac{\pi}{16}) + i \sin(\frac{\pi}{16})]$$

$$2- \text{حاصل عبارت } (1-i)^{16} \text{ برابر است با؟}$$

$$128 + 128i$$

$$2^{16} - 2^{16}i$$

$$256$$

$$1+i$$

$$3- \text{تابع } f(z) = z \operatorname{Re}(z) \text{ در چه نقاطی مشتقپذیر است؟}$$

۱. نیم صفحه بالایی

$$z = 0$$

$$\{z = x + iy \mid x + y = 0\}$$

$$C \text{ روی}$$

$$4- \text{مزدوج همساز } u = 3x^2y + 2x^2 - y^3 - 2y^2 \text{ کدام است؟}$$

$$u = 3y^2x + 2y^2 - x^3 - 2x^2$$

$$3xy + x^3 + c$$

$$u = 3x^2y + 4xy - x^3 + c$$

$$u = 3x^2y + 2x^2$$

$$5- \text{جواب معادله } e^{\bar{z}} = -4 \text{ برابر است با؟}$$

$$k \in \mathbb{Z} \quad z = \ln(4) + 2k\pi i$$

$$k \in \mathbb{Z} \quad z = \ln(4) + (2k+1)\pi i$$

$$6- \text{مقدار اصلی } \ln(-1) \text{ برابر است با؟}$$

$$\pi$$

$$-\pi i$$

$$\pi i$$

$$3\pi i$$

-۷

نگاشت \bar{z} دایره گذرا از مبدا را به ... تبدیل می‌کند.

۱. خط راستی که از مبدا می‌گذرد.

۲. خط راستی که از مبدا نمی‌گذرد.

۳. دایره‌ای که از مبدا نمی‌گذرد.

۴. دایره‌ای که از مبدا می‌گذرد.

-۸

حاصل انتگرال $\int \frac{e^z}{\cos(z)} dz$ را روی دایره واحد $|z|=1$ برابر است با؟

۱. صفر

$$\frac{e^1}{\cos(1)}$$

۲. ۱

-۹

حاصل $\int \frac{\cosh z}{z^2 - 2z} dz$ روی دایره واحد $|z|=1$ برابر است با؟

۱. πi ۲. صفر

$$-\pi i$$

۳. πi

-۱۰

حاصل $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{13+12\cos(\theta)}$ برابر است با؟

۱. π

۲. $\frac{\pi}{5}$

۳. $\frac{5}{\pi}$

۴. $\frac{6\pi}{5}$

-۱۱

حاصل انتگرال $\int_{|z|=1} z^2 \cdot e^{\frac{1}{z}} dz$ به کمک قضیه مانده‌ها کدام است؟

۱. πi

۲. $\frac{\pi i}{3}$

۳. $\frac{\pi}{5}$

۴. $\frac{3\pi i}{2}$

۳. π

۲. $\frac{\pi i}{3}$

۱. $\frac{\pi i}{2}$

-۱۲

سری لوران تابع $f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z-2)}$ حول $z=0$ برای $|z|>2$ برابر است با؟

۴. وجود ندارد.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) z^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{2}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2^{n-1}-1) z^{-(n+1)}$$

-۱۳ تصویر دو خط ثابت $y = b$ و $x = a$ تحت نگاشت $w = \frac{4z-1}{z-2-i}$ برابر است با؟

۱. دو دایره عمود بر هم

۲. دو خط عمود بر هم

۳. دو دایره بدون اشتراک

-۱۴ نگاشتی که نقاط $z_1 = \infty$, $z_2 = i$ و $z_3 = 0$ را به ترتیب بر روی نقاط $W_1 = 0$, $W_2 = i$ و $W_3 = \infty$ می‌نگارد برابر است با؟

$$w = -\frac{1}{z} \quad .4$$

$$w = \frac{1}{z} \quad .3$$

$$w = \frac{z-1}{z+1} \quad .2$$

$$w = \frac{z+1}{z-1} \quad .1$$

-۱۵ فرض کنید $f(x) = \begin{cases} -k & -\pi < x < 0 \\ k & 0 < x < \pi \end{cases}$ برای $x \in (-\pi, \pi)$ که دارای دوره تناوب 2π است. هرگاه سری فوريه برابر با

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(nx) + b_n \sin(nx)$$

۴. صفر

$$\frac{4k}{(2n+1)\pi} \quad .3$$

$$-\frac{4k}{n\pi} \quad .2$$

$$\frac{4k}{n\pi} \quad .1$$

-۱۶ هرگاه $f(x) = x$ برای $x \in (-\pi, \pi)$ را روی $(-\pi, \pi)$ سری فوريه تابع x^2 می‌نگارد برابر است با؟

$$4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin(nx)}{n} \quad .2$$

$$-2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin(nx)}{n} \quad .1$$

$$-4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin(nx)}{n} \quad .4$$

$$2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \sin(nx)}{n} \quad .3$$

-۱۷ سری فوريه سینوسی تابع $f(x) = x-1$ روی $(0,1)$ برابر است با؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n\pi x)}{\pi n} \quad .4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x)}{\pi n} \quad .3$$

$$\frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x)}{n} \quad .2$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\pi x)}{n^2} \quad .1$$

-۱۸- سری فوریه تابع $f(x) = 1$ برای فاصله $[-\pi, \pi]$ عبارت است از:

$$\sum \frac{\cos nx}{n\pi} \cdot 4$$

$$\sum \frac{(-1)^n \cos nx}{n\pi} \cdot 3$$

$$\sum \frac{1}{n} \cdot 1$$

۱. ۱

-۱۹- انتگرال فوریه $f(x) = e^{-x}$ برای $x > 0$ برابر کدام است؟

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(\alpha x) + \alpha \sin(\alpha x)}{\alpha^2 + 1} d\alpha \cdot 2$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(\alpha x) + \alpha \sin(\alpha x)}{\alpha^2 + 1} d\alpha \cdot 1$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(\alpha x) + \alpha^2 \sin(\alpha x)}{\alpha^2 + 1} d\alpha \cdot 4$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(\alpha x) + \alpha \sin(\alpha x)}{\alpha^2 + 1} d\alpha \cdot 3$$

-۲۰- تبدیل فوریه $f(x) = x$ برای $x > 0$ برابر است با؟

$$\frac{1}{\pi\alpha} \cdot 4$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\alpha^2} \cdot 3$$

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\alpha^2} \cdot 2$$

$$-\frac{1}{\alpha^2} \cdot 1$$

۱. ۱

-۲۱- جواب عمومی معادله $u_{xx} + 8u_{xy} + 15u_{yy} = 0$ کدام است؟

$$u = F(y + 2x) + G(y + x) \cdot 2$$

$$u = F(y) + G(x) \cdot 1$$

$$u = F(y - 3x) + G(y - 5x) \cdot 4$$

$$u = F(y + 3x) + G(y + 5x) \cdot 3$$

-۲۲- معادله $u_{xx} + 3u_{xy} + 2u_{yy} = 0$ با کدام تغییر متغیر زیر به فرم متعارف تبدیل می شود؟

$$\alpha = y + 2x, \quad \beta = y + 3x \cdot 2$$

$$\alpha = y - 2x, \quad \beta = y - x \cdot 1$$

$$\alpha = 3y - x, \quad \beta = 2y - x \cdot 4$$

$$\alpha = y - 2x, \quad \beta = y - 3x \cdot 3$$

-۲۳- معادله گرمای یک بعدی یک معادله ... است.

۴. غیر خطی

۳. سهمی وار

۲. بیضی وار

۱. هذلولی گون

۴. تیر مرتعش

۳. لاپلاس

۲. پخش گرمایی

۱. موج یک بعدی

-۲۴- روش دالابر برای حل کدامیک از معادلات زیر بکار می رود؟

-۲۵

کدامیک جواب خصوصی $U_x = U_y$ است؟

۴. هر سه

$$u = \sinh(x+y)$$

$$u = \sin(x+y)$$

$$u = x+y$$

سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

-۱ تصویر مستطیل $w = e^z$ را تحت نگاشت $0 \leq y \leq \pi$ و $0 \leq x \leq 1$ بdst آورید.

۱.۷۵ نمره

-۲ حاصل $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4 + 1} dx$ را به کمک انتگرهای مختلط بdst آورید.

۱.۷۵ نمره

-۳ سری فوریه تابع $f(x) = x^2$, $-\pi < x < \pi$ با دوره تناوب 2π را بیابید و با استفاده از آن حاصل $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ را بیابید.

۱.۷۵ نمره

-۴ مساله گرمای زیر را با استفاده از روش جداسازی متغیرها حل کنید.

$$\begin{cases} u_t = c^2 u_{xx} & 0 < x < \pi, t > 0 \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0 & t \geq 0 \\ u(x, 0) = \sin x & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$