

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۰۴۰ - ، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

۱- یک دستگاه همگن از معادلات خطی که تعداد متغیرهایش بیشتر از معادلات است، دارای ..... است.

۱. یک جواب صفر  
۲. دو جواب مساوی  
۳. تعداد بسیاری جواب  
۴. یک جواب منحصری فرد

۲- اثر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & 6 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix}$  برابر است با:

۱. ۲      ۳. -۲      ۴. -۱

۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2+3i & 1-4i \\ 6 & 7i \end{bmatrix}$  باشد آنگاه  $A^*$  برابر است با:

۱.  $A = \begin{bmatrix} 2+3i & 6 \\ 1+4i & 7i \end{bmatrix}$   
 ۲.  $A = \begin{bmatrix} 2-3i & 6 \\ 1+4i & -7i \end{bmatrix}$   
 ۳.  $A = \begin{bmatrix} 2+3i & -6 \\ 1-4i & 7i \end{bmatrix}$   
 ۴.  $A = \begin{bmatrix} 2-3i & -6 \\ 1-4i & -7i \end{bmatrix}$

۴- فرض کنید  $A$  و  $B$  ماتریس هایی با درایه های مختلط و  $Z$  یک عدد مختلط باشد. کدام یک از گزینه های زیر درست نیست؟

۱.  $(zA)^* = \bar{z}A^*$   
 ۲.  $(A+B)^* = A^* + B^*$   
 ۳.  $(A^*)^* = A$   
 ۴.  $(AB)^* = A^*B^*$

۵- معکوس ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  برابر است با:

۱.  $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$   
 ۲.  $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & -2 \end{bmatrix}$   
 ۳.  $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{3}{2} & 2 \end{bmatrix}$   
 ۴.  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، مهندسی صنایع ۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۰

۶- در معادله ی  $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ -1 & x-2 \end{vmatrix} = 7$ ،  $x$  برابر است با:

۱.  $x = -1$  یا  $-2$       ۲.  $x = 1$  یا  $3$       ۳.  $x = 3$  یا  $-2$       ۴.  $x = 2$  یا  $-1$

۷- اگر ماتریس  $B$  با جابجایی دو سطر (ستون) متوالی ماتریس  $A$  به دست آمده باشد، آنگاه:

۱.  $|B| = |A|$       ۲.  $|B| = 2|A|$       ۳.  $|B| = -|A|$       ۴.  $|B| = -2|A|$

۸- کدام یک از بردارهای زیر بر بردار  $(3, -1)$  عمود است؟

۱.  $(-2a, a)$       ۲.  $(-a, 3a)$       ۳.  $(2a, a)$       ۴.  $(a, 3a)$

۹- عملگر  $T: R^2 \rightarrow R^2$  با ضابطه ی تعریف  $T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = r\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید. اگر  $0 < r < 1$  آنگاه  $T$ :

۱. انبساطی از مضرب  $r$  است      ۲. انقباضی از مضرب  $r$  است  
۳. دوران حول  $r$  است      ۴. انعکاس نسبت به  $r$  است

۱۰- معادله ی تصویر خط  $y = 2x + 3$  تحت انتقال  $T\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  برابر است با:

۱.  $y = 2x$       ۲.  $y = -2x$       ۳.  $y = 2x - 1$       ۴.  $y = 2x + 1$

۱۱- کدام یک از بردارهای زیر یک زیرفضای  $R^3$  است؟

۱. مجموعه بردارهایی به فرم  $(a, 0, 0)$       ۲. مجموعه بردارهایی به فرم  $(a, a^2, b)$   
۳. مجموعه بردارهایی به فرم  $(a, a, a + 2)$       ۴. مجموعه بردارهایی به فرم  $(a, 3, 2a)$

۱۲- مجموعه ای شامل حداقل دو بردار در یک فضای برداری وابسته ی خطی است اگر و فقط اگر:

۱. بتوان یک بردار آن را بر حسب دو بردار دیگر از این مجموعه نوشت.  
۲. نتوان یک بردار آن را بر حسب دیگر بردارهای این مجموعه نوشت.  
۳. نتوان یک بردار آن را بر حسب دو بردار دیگر از این مجموعه نوشت.  
۴. بتوان یک بردار آن را بر حسب دیگر بردارهای این مجموعه نوشت.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

۱۳- زیرفضاهای دوبعدی  $R^3$  ..... هستند که از مبدأ می گذرند.

۱. خط هایی      ۲. صفحه هایی      ۳. نقاطی      ۴. بردارهایی

۱۴- رتبه ی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  برابر است با:

۱. ۴      ۲. ۲      ۳. ۳      ۴. ۱

۱۵- تصویر بردار  $v = (6, 7)$  روی بردار  $u = (1, 4)$  کدام است؟

۱.  $(2, 8)$       ۲.  $(4, 6)$       ۳.  $(8, 2)$       ۴.  $(6, 4)$

۱۶- فرض کنید  $A$  ماتریسی مربع باشد.  $A$  قطری شدنی متعامد است اگر و فقط اگر:

۱. هرمیتی باشد      ۲. پادمتقارن باشد      ۳. سه قطری باشد      ۴. متقارن باشد

۱۷- بردار ویژه نظیر کوچک ترین مقدار ویژه ی ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱.  $(1, 2)$       ۲.  $(1, -1)$       ۳.  $(2, 1)$       ۴.  $(1, 1)$

۱۸- هسته و برد عملگر خطی  $T(x, y, z) = (x, y, 0)$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱.  $\{(x, 0, 0)\}, \{(0, y, z)\}$       ۲.  $\{(x, y, 0)\}, \{(0, 0, z)\}$   
۳.  $\{(x, 0, 0)\}, \{(x, y, 0)\}$       ۴.  $\{(x, y, 0)\}, \{(0, y, z)\}$

۱۹- یک تبدیل خطی  $T$  یک به یک است اگر و فقط اگر:

۱. هسته ی آن شامل بردار صفر نباشد      ۲. برد آن تنها از بردار صفر تشکیل شده باشد  
۳. برد آن شامل بردار صفر نباشد      ۴. هسته ی آن تنها از بردار صفر تشکیل شده باشد

۲۰- فرض کنید  $f(x) = 3x - 2$  و  $g(x) = x$  باشد، در این صورت  $\langle f, g \rangle$  برابر است با:

۱. ۱      ۲. ۳      ۳. ۰      ۴. ۲

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰

### سوالات تشریحی

- ۱- نشان دهید که تبدیل  $T: R^3 \rightarrow R^2$  با ضابطه  $T(x, y, z) = (xy, z)$  خطی نیست. ۱،۴۰ نمره
- ۲- ثابت کنید مجموعه  $U$  متشکل از ماتریس های قطری  $2 \times 2$  یک زیرفضای فضای برداری  $M_{22}$  می باشد. ۱،۴۰ نمره
- ۳- فرض کنید  $\{(1, 2, 0, 3), (4, 0, 5, 8), (8, 1, 5, 6)\}$  یک پایه برای زیرفضای  $V$  از  $R^4$  باشد، در این صورت یک پایه یکه متعامد برای  $V$  بسازید. ۱،۴۰ نمره
- ۴- قضیه کیلی-هامیلتون را بیان و ثابت کنید. ۱،۴۰ نمره
- ۵- پایه های  $B = \{(1, 2), (3, -1)\}$  و  $B' = \{(1, 0), (0, 1)\}$  از  $R^2$  را در نظر بگیرید. اگر  $u$  برداری باشد به طوری که  $u_B = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  آنگاه  $u_{B'}$  را بیابید. ۱،۴۰ نمره