

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰: تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵: تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/ گذ درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

- ۱ هرگاه V و W فضاهای برداری متناهی بعد با بعد به ترتیب n و m بوده و همچنین A نمایش ماتریس تبدیل خطی T از V به W نسبت به دو پایه دلخواه باشد آنگاه کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

 ۱. رتبه T برابر رتبه ماتریس A است.

 ۲. رتبه ماتریس A برابر تعداد ستون‌های مستقل خطی A است

 ۳. رتبه ماتریس A برابر تعداد سطرهای های مستقل خطی A است

 ۴. تعداد ستون‌های A - رتبه $A =$ پوچی

- ۲ فرض کنید $T \in L(V)$ و V متناهی بعد باشد در اینصورت کدام گزینه زیر صحیح است؟

 ۱. T پوشاست

 ۲. T یک به یک است اگر و تنها اگر کراندار باشد.

- ۳ فرض کنید X یک فضای برداری نرم دارو $A, B \subseteq X$ و همچنین $A + B = \{a + b : a \in A, b \in B\}$. کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

 ۱. اگر A باز باشد $A + B$ نیز باز است.

 ۲. اگر A, B بسته باشند $A + B$ نیز بسته است.

 ۳. اگر A, B فشرده باشند $A + B$ نیز فشرده است.

- ۴ فرض کنید $T \in L(R^n, R^m)$. آنگاه برای هر $x \in R^n$

 ۱. $T'(x) = T$ وجود ندارد.

 ۲. $T'(x) = T$

- ۵ کدام گزینه در مورد تابع $f : R^2 \rightarrow R$ با ضابطه $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ صحیح است؟

 ۱. R^2 توابعی کراندارند اما f پیوسته نیست.

 ۲. R^2 توابعی کراندارند و f پیوسته است.

 ۳. تابع f در $(0, 0)$ مشتق پذیر است.

 ۴. R^2 توابعی کراندار نیستند.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

-۶ هرگاه f یک نگاشت C^1 از مجموعه باز $D \subseteq R^n$ به R^m و $x \in D$ به ازای هر $f'(x)$ وارون پذیر باشد در اینصورت

.۱ f نگاشت باز است اما بطور موضعی یک به یک است اما f باز نیست.

.۲ f نه باز است نه بطور موضعی یک به یک.

-۷ فرض کنید $f: R^n \times R^m \rightarrow R^k$ تابعی دو خطی و نقطه دلخواه باشد آنگاه کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

.۱ Df نسبت به (x, y) خطی است.

.۲ $D^3 f(x, y) \neq 0$

.۳ $D^2 f(x, y) = Df$

-۸ کدام گزینه در مورد تابع $f: R^2 \rightarrow R$ با ضابطه $f(x, y) = \begin{cases} xy(x^2 - y^2) & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ نادرست است؟

.۱ در هر نقطه از R^2 پیوسته است.

.۲ $D_{21}f(0, 0) = -1$ و $D_{12}f(0, 0) = 1$

.۳ در هر نقطه از R^2 پیوسته است.

-۹ اگر $f: I \rightarrow R$ یک تابع کراندار باشد کدام گزینه زیر صحیح است؟

.۱ $\int_I f = \inf L(P, f)$

.۲ $\int_I f = \sup L(P, f)$

.۳ $\int_I f = \sup U(P, f)$

.۴ $\int_I f = \inf U(P, f)$

-۱۰ فرض کنید تابع $f: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow R$ بصورت $f(x, y) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$ تعریف شده باشد در اینصورت کدام

گزینه زیر صحیح است؟

.۱ $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = -\frac{1}{2}$

.۲ $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = 0$

.۳ $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = \frac{1}{2}$

.۴ $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = 1$

-۱۱ کدام گزینه زیر صحیح نیست؟

.۱ هر زیر مجموعه نامتناهی از R^n دارای اندازه صفر است.

.۲ اگر A فشرده با اندازه صفر باشد A با قدر صفر است.

.۳ اگر قدر مجموعه A صفر باشد اندازه A نیز صفر است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

وشته تحصیلی/گذ درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

$$f(x,y) = \begin{cases} 1 & x \notin Q \\ 1 & x \in Q, y \notin Q \\ 1 - \frac{1}{q} & y \in Q, x = \frac{p}{q}, (p,q) = 1 \end{cases}$$

کدام گزینه در مورد تابع $f : [0,1] \times [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ که بصورت

می شود صحیح نیست؟

.۱ برای هر x که گنگ باشد داریم $\int_0^1 f(x,y) dy = 1$

.۲ برای هر x که گویا باشد داریم $\int_0^1 f(x,y) dy = 1$

.۳ در این بازه انتگرالپذیر نیست. f

.۴ $\int_{[0,1] \times [0,1]} f = 1$

-۱۳ مساحت محدود به منحنی های $y = \frac{2}{x}$ و $y = \frac{1}{x}$ در R^2 برابر کدام مقدار زیر است؟

.۱ $\frac{1}{2} \ln 2$

.۲ 2

.۳ $4 \ln 2$

.۴ $\ln 2$

-۱۴ حاصل کدام مقدار زیر است؟ $\int_0^\infty e^{-x^2} dx$

.۱ $\sqrt{\pi}$

.۲ $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

.۳ π

.۴ $\frac{\pi}{2}$

-۱۵ اگر D نیم قرص باشد حاصل کدام مقدار زیر است؟ $\iint_D \frac{(x+y)^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} dx dy$ $\{(x,y) : y \geq 0, x^2 + y^2 \leq 1\}$

.۱ $\frac{\sqrt{2}}{3} \pi$

.۲ $\frac{2}{3} \pi$

.۳ $\frac{2+\sqrt{2}}{3} \pi$

.۴ $\frac{2-\sqrt{2}}{3} \pi$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

وشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۲

-۱۶ اگر $\{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k\}$ پایه ای برای V^* باشد $\Lambda^p(V^*)$ می باشد در این صورت کدام گزینه درمورد صحیح است؟

$$\dim \Lambda^p(V^*) = \frac{k!}{p!(k-p)!} \cdot ۲$$

$$\dim \Lambda^p(V^*) = \frac{k!}{p!} \cdot ۱$$

$$\dim \Lambda^p(V^*) = \frac{p!}{k!(k-p)!} \cdot ۴$$

$$\dim \Lambda^p(V^*) = k!(k-p)! \cdot ۳$$

-۱۷ کدام گزینه زیر نادرست می باشد؟

۱. تانسور متناوب است هرگاه با تعویض دو جمله علامت تانسور عوض شود.

۲. تمام ۱-تانسور ها متناوب اند.

۳. ضرب نقطه ای متناوب است.

۴. دترمینان یک تانسور متناوب است.

-۱۸ کدام یک از گزینه های زیر یک ۳-فرم در R^3 است؟

$$\Omega = xdx + ydy + zdx \cdot ۲$$

$$\mu = x + y + z \cdot ۱$$

$$\theta = x^2 dx \wedge dy + y^2 dy \wedge dz + z^2 dx \wedge dz \cdot ۴$$

$$\Psi = xy^2 dx \wedge dy \wedge dz \cdot ۳$$

-۱۹ فرض کنید γ یک سطح یک بعدی در R^2 با قلمرو $[0,1]$ باشد که بصورت $\gamma(t) = (t+1, t^2-1)$ تعریف شده است و

$\int_{\omega} \omega$ برابر کدام مقدار زیر است؟ $\omega = xdy + ydx$. در اینصورت حاصل γ

۱. ۴

۲. ۳

-۱. ۲

-۲. ۱

-۲۰ در مورد ضرب تانسوری کدام رابطه زیر برقرار نیست؟

$$T \otimes S = S \otimes T \cdot ۲$$

$$S \otimes (T_1 + T_2) = S \otimes T_1 + S \otimes T_2 \cdot ۱$$

$$(S \otimes T) \otimes U = S \otimes (T \otimes U) \cdot ۴$$

$$(aS) \otimes T = S \otimes (aT) \cdot ۳$$

-۲۱ عبارت "فرم های بسته در مجموعه های باز و محدب کامل اند" بیانگر کدام گزینه است؟

۴. قضیه گاووس-ژرдан

۳. لم پوانکاره

۲. قضیه استوکس

۱. قضیه دترمینان

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

وشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

-۲۲ مشتق خارجی d روی فرم های هموار بر مجموعه باز $U \subseteq R^k$ دارای کدام خواص زیر نیست؟

۱. قانون ضربی

۲. حفظ مرتبه فرم بر اثر مشتق خارجی روی یک P فرم

۱. خطی بودن

۲. قانون هم دوری

-۲۳ اگر Q^k یک سادک k -بعدی باشد کدام عبارت زیر درست می باشد؟

۱. Q^1 شامل دو نقطه و یک راس است

۱. Q° شامل یک نقطه و یک راس است

۲. Q^3 شامل سه وجه و سه راس است

۲. Q^2 شامل دووجه و دو راس است

-۲۴ کدام گزینه زیر درست نمی باشد

۱. سادک Q^k کوچکترین زیرمجموعه محدب R^k است که حاوی e_1, \dots, e_k است.

۲. دترمینان سادک سه بعدی مستوی جهت دار $\sigma_1 = [0, e_1, e_1 + e_2, e_1 + e_2 + e_3]$ برابر صفر است.

۳. نگاشت های مستوی مجموعه محدب را به مجموعه های محدب می برنند.

۴. هرگاه $\sigma = [p_0, p_1, \dots, p_k]$ یک سادک k -بعدی مستوی جهت دار باشد $\partial^2 \sigma = 0$

-۲۵ کدام گزینه زیر صحیح نمی باشد؟

۱. اگر w در E یک k -فرم کامل باشد $(k-1)$ -فرم λ ای وجود دارد که $d\lambda = \omega$

۲. اگر w در E یک k -فرم بسته باشد در اینصورت $d\omega = 0$.

۳. اگر w در E یک k -فرم بسته باشد در اینصورت به ازای هر زنجیر C^2 بعدی Ψ از E ، انتگرال w روی مرز Ψ برابر صفر است.

۴. اگر Ψ یک زنجیر $(k+1)$ -بعدی در E و λ یک $(k-1)$ -فرم در E و هردو از رده C^2 باشند در اینصورت $\int_{\Psi} d^2 \lambda = 1$

سوالات تشریحی

-۱ فرض کنید V یک فضای برداری نرمال و $L(V)$ فضای عملگرهای خطی روی V و Ω مجموعه عملگرهای وارون پذیر روی V باشد. ثابت کنید Ω زیر مجموعه بازی از $L(V)$ است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۰ تشریحی: ۵۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی، آنالیز ریاضی ۳

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی محض (ارشد)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۶ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۲

نمره ۱.۷۵

۲- فرض کنید f زیر مجموعه باز D در R^n را به R^m بنگارد و در $x \in D$ مشتق پذیر باشد. ثابت کنید $(D_j f_i)(x)$ موجودند و داریم مشتقات جزئی

$$f'(x)e_j = \sum_{i=1}^m (D_j f_i)(x)u_i, \quad (1 \leq j \leq n)$$

نمره ۱.۷۵

۳- ثابت کنید مشتق خارجی هر فرم منحصر به فرد است.

نمره ۱.۷۵

۴- فرض کنید $0 \leq t \leq 2\pi$ ، $\gamma(t) = (r \cos t, r \sin t)$ ، $r > 0$ یک ۱-فرم و برای $\omega = \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}$ بطوریکه $\int_{\gamma} \omega = 2\pi R^2 - \{0\}$ باشد ثابت کنید

$$\int_{\gamma} \omega = 2\pi$$