

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

**عنوان درس:** مبانی آنالیز ریاضی

**و شه تحصیلی / گد درس:** آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

- ۱- کدام گزینه درست است؟

۱. هر میدان مرتب یک میدان ارشمیدسی است.

۴.  $R$  یک میدان ارشمیدسی است.

۱. هر میدان مرتب یک میدان ارشمیدسی است.

۳. یک میدان کامل، میدان ارشمیدسی است.

- ۲- کدام گزینه صحیح است؟

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{n\pi}{2} = -1 \quad .4$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cos \frac{n\pi}{2} = 0 \quad .3$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n\pi}{2} = 0 \quad .2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin \frac{n\pi}{2} = 1 \quad .1$$

- ۳- مقدار کدام یک از سریهای زیر با مقدار سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  برابر است؟

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{1+n^2} \quad .4$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)^2} \quad .3$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad .2$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \quad .1$$

- ۴- در فضای متری گسسته  $N$  (اعداد طبیعی)، گوی باز به مرکز ۱ و به شعاع ۲ کدام مجموعه است؟

{1,2,3} .4

{1,2} .3

{1} .2

$N$  .1

- ۵- اگر  $M$  یک فضای متریک کامل و  $A \subseteq M$  باشد در این صورت  $A$  هیچ جا چگال است هرگاه

$$(\bar{A})^\circ = M \quad .4$$

$$\bar{A} = M \quad .3$$

$$\overline{(A^\circ)} = \phi \quad .2$$

$$(\bar{A})^\circ = \phi \quad .1$$

- ۶- اگر هر زیرمجموعه نامتناهی فضای متری  $M$  دارای یک نقطه انباشتگی باشد آنگاه

.۱.  $M$  شمارش پذیر است.  
.۲.  $M$  فشرده است.

.۳.  $M$  همبند است.  
.۴.  $M$  گسسته است.

- ۷- فرض کنید  $E$  زیر مجموعه ای از یک فضای متریک باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

$$E^c = (E^\circ)^c \quad .4$$

$$(E^\circ)^c = \overline{E^c} \quad .3$$

$$E^\circ = \overline{E^\circ} \quad .2$$

$$\overline{E} = \overline{E^\circ} \quad .1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

**عنوان درس:** مبانی آنالیز ریاضی

**و شه تحصیلی / گد درس:** آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

-<sup>۱</sup> کدام یک از توابع زیر در تمام نقاط  $[0,1]$  دارای حد است و در نقاط اصم این بازه پیوسته است؟

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in Q \\ 1 & x \notin Q \end{cases} .1$$

$$f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \\ \cos x & x \notin Q \end{cases} .2$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \notin Q \\ m \sin \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n} ((m,n)=1, m, n \in N) \end{cases} .3$$

$$f(x) = \begin{cases} x & x \in Q \\ 1-x & x \notin Q \end{cases} .4$$

-<sup>۱</sup> اگر  $f: A \subseteq R \rightarrow R$  تابع پیوسته و  $A$  نافشرده ولی کراندار باشد آنگاه  $f$  روی  $A$

۱. کراندار است ولی پیوسته یکنواخت باشد کراندار است.
۲. اگر پیوسته یکنواخت باشد کراندار است.
۳. اگر کراندار باشد ماکسیمم دارد.
۴. پیوسته یکنواخت است ولی کراندار نیست.

-<sup>۱</sup> کدام گزینه درست است؟

۱. مجموعه نقاط ناپیوستگی هر تابع یکنوا، از نوع دوم است.

۲. اگر  $f(c^-)$  و  $f(c^+)$  موجود نباشند ناپیوستگی تابع  $f$  از نوع اول است.

۳. مجموعه نقاط ناپیوستگی هر تابع یکنوا، متناهی یا شمارش پذیر است.

۴. اگر در تابع یکنوا  $f$  باشد،  $f(c^-) = f(c^+)$  در  $c$  پیوسته است.

-<sup>۱</sup> اگر  $X$  و  $Y$  دو فضای متری باشد تابع  $f: X \rightarrow Y$  پیوسته است اگر و تنها اگر

۱. برای هر زیرمجموعه فشرده  $A$  در  $X$ ،  $f(A)$  در  $Y$  باشد.

۲. برای هر زیرمجموعه باز  $A$  در  $X$ ،  $f(A)$  در  $Y$  باز باشد.

۳. برای هر زیرمجموعه  $A \subseteq X$ ،  $\overline{f(A)} \subseteq f(\overline{A})$  باشد.

۴. برای هر زیرمجموعه  $B \subseteq Y$ ،  $f^{-1}(B^\circ) \subseteq (f^{-1}(B))^\circ$  باشد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

**عنوان درس:** مبانی آنالیز ریاضی

**و شه تحصیلی / گد درس:** آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

-۱۲- اگر تابع  $f$  در بازه  $[a,b]$  پیوسته و در بازه  $(a,b)$  مشتق پذیر باشد، آنگاه کدام شرط کافی است تا عددی مانند  $c$  در  $f'(c) = 0$  موجود باشد بطوریکه  $(a,b)$

$$f(a) > f(b) \quad .4 \quad f(a) < f(b) \quad .3 \quad f(a).f(b) < 0 \quad .2 \quad f(a) = f(b) \quad .1$$

-۱۳- اگر  $n$  عدد طبیعی زوج و تابع  $f$  دارای مشتق مرتبه  $n$  ام پیوسته بر بازه  $(a,b)$  و در نقطه ای مانند  $c \in (a,b)$  باشد آنگاه  $f^{(n)}(c) < 0$  و  $f'(c) = f''(c) = \dots = f^{(n-1)}(c) = 0$

.۲ در  $c$  دارای ماکزیمم موضعی است. .۱ در  $c$  دارای مینیمم موضعی است.

.۴ نقطه ماکزیمم مطلق  $f$  است. .۳ نقطه مینیمم مطلق  $f$  است.

-۱۴- اگر تابع  $f$  و  $\alpha$  بر فاصله  $[0,1]$  با ضابطه  $\alpha(x) = \begin{cases} 1 & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ 2 & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$  باشند، آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$\int_0^1 f(x) d\alpha(x) = 1 \quad .2$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx \quad .1$$

$$\int_0^1 f(x) d\alpha(x) = \frac{1}{2} \quad .4 \quad f \in R(\alpha) \quad .3$$

-۱۵- مقدار انتگرال  $\int_0^4 (x^2 + [x]) d([2x])$  کدام گزینه است؟

$$.4 \text{ موجود نیست.} \quad .3 \quad \frac{64}{3} \quad .2 \quad 20 \quad .2 \quad 4 \quad .1$$

-۱۶- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n^2 + k^2}}$  کدام گزینه است؟

$$\log(2 + \sqrt{2}) \quad .4 \quad .3 \text{ موجود نیست.} \quad .2 \quad \log(\sqrt{2} + 1) \quad .2 \quad \log(\sqrt{2} - 1) \quad .1$$

-۱۷- اگر  $f \in R(\alpha)$  روی  $[a,b]$  باشد، آنگاه در این بازه

.۱ کراندار و  $\alpha$  پیوسته است.

.۲  $f$  و  $\alpha$  هردو پیوسته اند.

.۳  $f$  و  $\alpha$  نقاط ناپیوستگی چپ (راست) مشترک ندارند.

.۴ صعودی و  $f$  پیوسته است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

**عنوان درس:** مبانی آنالیز ریاضی

**و شه تحصیلی / گد درس:** آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتربازی ۱۱۱۳۲۲

-۱۸ نقیض عبارت  $f_n \xrightarrow{E} f$  کدام گزینه است؟

$$\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| < \varepsilon) \quad .1$$

$$\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E \rightarrow |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon) \quad .2$$

$$\exists \varepsilon \forall N \exists n \exists x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon) \quad .3$$

$$\forall \varepsilon \exists N \forall n \forall x (n \geq N, x \in E, |f_n(x) - f(x)| \geq \varepsilon) \quad .4$$

-۱۹ اگر  $X$  یک فضای متریک فشرده و  $F \subseteq C(X)$  باشد، آنگاه

۱. اگر  $F$  بسته باشد  $F$  بطور یکنواخت کراندار است.

۲. اگر  $F$  فشرده باشد همپیوسته و کراندار است.

۳. اگر  $F$  بسته باشد همپیوسته و کراندار است.

-۴۰ کدام گزینه در مورد دنباله  $f_n(x) = \frac{1}{n} e^{-n^2 x^2}$  بر  $R$  نادرست است؟

۱. دنباله  $\{f_n'\}$  بطور یکنواخت همگرا است.

۲. دنباله  $\{f_n\}$  بطور یکنواخت همگرا است.

۳. دنباله  $\{f_n\}$  بطور یکنواخت همگرا است.

### سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید اگر  $M$  یک فضای متریک فشرده باشد آنگاه هر زیرمجموعه نامتناهی  $E$  از  $M$  حداقل یک نقطه انباشتگی در  $M$  دارد.

۲- ثابت کنید اگر  $X$  و  $Y$  دو فضای متری و  $f : X \rightarrow Y$  تابع پیوسته و همبند باشد آنگاه  $E \subseteq X$  همبند باشد آنگاه  $f(E)$  دارد.

۳- فرض کنید تابع برداری  $f$  بر بازه  $[a, b]$  پیوسته و بر بازه  $(a, b)$  مشتق پذیر باشد ثابت کنید عددی مانند  $c \in (a, b)$  وجود دارد بطوریکه

$$\|f(b) - f(a)\| \leq (b - a) \|f'(c)\|$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

**عنوان درس:** مبانی آنالیز ریاضی

**و شه تحصیلی / گد درس:** آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۲۲

نمره ۱.۴۰

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x = c \\ 0 & x \neq c \end{cases}$$

فرض کنید  $\alpha$  بر  $[a,b]$  صعودی و در نقطه  $c \in (a,b)$  پیوسته و

$$\int_a^b f d\alpha = 0 \quad \text{و } f \in R(\alpha)$$

نمره ۱.۴۰

نشان دهید که سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n+x}$  بر  $[0, \infty)$  به طور یکنواخت همگراست در حالی که به طور مطلق همگرانیست.