

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدامیک از ماتریس های زیر اکیدا قطر غالب است؟

$$\begin{matrix} \cdot 1 & \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 5 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & -4 \end{bmatrix} \\ \cdot 2 & \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \\ \cdot 3 & \begin{bmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \\ \cdot 4 & \begin{bmatrix} 5 & -5 \\ -5 & 5 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

۲- تعریف ماتریس معین مثبت در کدام گزینه آمده است؟

۱. ماتریس مربعی  $A$  را معین مثبت گوئیم هرگاه برای هر بردار نا صفر  $X$  داشته باشیم  $X^T A X > 0$

۲. ماتریس متقارن  $A$  را معین مثبت گوئیم هرگاه برای هر بردار نا صفر  $X$  داشته باشیم  $X^T A X \geq 0$

۳. ماتریس متقارن  $A$  را معین مثبت گوئیم هرگاه برای هر بردار نا صفر  $X$  داشته باشیم  $X^T A X > 0$

۴. ماتریس مربعی  $A$  را معین مثبت گوئیم هرگاه برای هر بردار نا صفر  $X$  داشته باشیم  $X^T A X \geq 0$

۳- فرض کنیم  $V$  فضای ماتریس های  $2 \times 2$  حقیقی روی هيات  $R$  باشد. زیر فضاهای  $W_1$  و  $W_2$  را به صورت زیر تعریف می

کنیم. زیر فضای  $W_1 \cap W_2$  در کدام گزینه آمده است؟

$$W_2 = \left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ b & -c \end{bmatrix}, a, b, c \in R \right\} \quad \text{و} \quad W_1 = \left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & z \end{bmatrix}, x, y, z \in R \right\}$$

$$\cdot 1 \quad \left\{ \begin{bmatrix} x & y \\ y & z \end{bmatrix}, x, y, z \in R \right\} \quad \cdot 2 \quad \left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & -z \end{bmatrix}, x, y, z \in R \right\}$$

$$\cdot 3 \quad \left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ y & z \end{bmatrix}, x, y, z \in R \right\} \quad \cdot 4 \quad \left\{ \begin{bmatrix} x & 0 \\ 0 & z \end{bmatrix}, x, z \in R \right\}$$

۴- با توجه به زیر فضاهای  $W_1$  و  $W_2$ ،  $W_1 \cap W_2$  بعد (dim)  $W_1 \cap W_2$  در کدام گزینه آمده است؟

۱. ۴

۲. ۳

۳. ۲

۴. ۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

۵- فرض کنیم  $W_1$  و  $W_2$  دو زیر فضا از فضای برداری  $V$  روی هیات  $F$  باشند. در این صورت:

۱.  $W_1 \cap W_2$  نیز زیر فضایی از  $V$  است.  $\dim(W_1 \cup W_2) = \dim V$  .۲

۳.  $\dim W_2 < \dim V$  .۴  $\dim(W_1 \cap W_2) = \dim W_1 - \dim W_2$

۶- فرض کنیم  $V$  فضای برداری تمام توابع از میدان حقیقی  $R$  به توی  $R$  باشد. کدام یک از گزینه ها زیر فضایی از  $V$  نیست؟

۱.  $W = \{f : f(3) = 0\}$  .۲  $W = \{f : f(7) = f(1)\}$

۳.  $W = \{f : f(x) \geq 0\}$  .۴  $W = \{f : f(-x) = -f(x)\}$

۷- اگر  $V$  و  $W$  فضاهای برداری روی هیات  $F$  و  $T: V \rightarrow W$  تبدیل خطی باشد، کدام گزینه درست است؟

۱.  $T$  یک به یک است اگر و تنها اگر  $\ker T = \{0\}$  .۲ اگر  $T(0) \neq 0$  آنگاه  $T$  یک به یک است.

۳. بعد  $V$  بزرگتر از حاصلجمع پوچی  $T$  و رتبه  $T$  است. .۴ اگر  $T(0) = 0$  آنگاه  $T$  یک به یک است.

۸- فرض کنیم ماتریس نمایش  $T$  به صورت زیر باشد، کدام گزینه صحیح است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱.  $T$  وارون پذیر است. .۲  $T$  پوشا است. .۳  $T$  یک به یک است. .۴ رتبه  $T$  برابر ۴ است.

۹- اگر ماتریس نمایش  $T^{-1}$  به صورت زیر باشد، تبدیل خطی  $T: R^3 \rightarrow R^3$  کدام گزینه است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

۱.  $(x-2y+3z, y+z, 2z)$  .۲  $(x-2y, y+3z, 2z)$

۳.  $(x-2y, y-3z, 2z)$  .۴  $(x-2y+3z, y, 2z)$

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

۱۰- اگر چند جمله ای مشخصه ماتریس  $A$  به صورت زیر باشد، در مورد این ماتریس کدام گزینه صحیح است؟

$$p(\lambda) = (\lambda - 1)(\lambda - 3)^2$$

۱.  $A$  معکوسپذیر است.

۲.  $\det(A) = 0$

۳.  $A$  ماتریس همانی است.

۴.  $A$  ماتریس قطری غالب است.

۱۱- برای محاسبه دترمینان ماتریس  $A_{n \times n}$  کدامیک از روابط زیر صحیح است؟

( $A_{ij}$  ماتریس حاصل از حذف سطر  $i$  و ستون  $j$  در ماتریس  $A$  است.)

۱.  $a_1 \dots a_n$

۲.  $\sum_{k=1}^n (-1)^{k+j} a_{kj} \det(A_{kj})$

۳.  $A_{1j} + A_{2j} + \dots + A_{nj}$  که در آن  $1 \leq j \leq n$

۴.  $A_{1j} A_{2j} \dots A_{nj}$  که در آن  $1 \leq j \leq n$

۱۲- فرض کنید  $V$  فضای برداری چند جمله ای ها با ضرب داخلی  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(t)g(t)dt$  باشد. اگر  $f(t) = t + 2$  و

$g(t) = t^2 - 2t - 3$  حاصل  $\langle f, g \rangle$  کدام است؟

۱.  $\frac{37}{4}$

۲.  $-\frac{37}{4}$

۳.  $\frac{30}{4}$

۴.  $-\frac{30}{4}$

۱۳- با فرض اینکه  $A$  ماتریس حقیقی  $n \times n$  و  $X$  یک بردار در فضای  $R^n$  است، کدام گزینه نادرست است؟

۱.  $\|A\|_1 = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$

۲.  $\|X\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |x_i|$

۳.  $\|X\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$

۴.  $\|A\|_\infty = \max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$

۱۴- ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 14 & 11 & 14 \\ 6 & 29 & 41 \end{bmatrix}$  را به روش دولیتل به حاصلضرب LU تجزیه می کنیم درایه  $l_{32}$  (مولفه سطر ۳ و ستون ۲ در ماتریس  $L$ ) چند است؟

۱. -2

۲. 2

۳. 3

۴. 7

۱۵- تعداد ضربها در روش حذفی گاوس برای حل دستگاه معادلات خطی برابر است با؟

۱.  $O(n^3)$

۲.  $O(n^2)$

۳.  $O(n^4)$

۴.  $O(n)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

۱۶- 
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$
 کدامیک از نواحی زیر جز دایره گرشگورین برای ماتریس می باشد.

۱.  $R_1 = \{z \in \mathbb{C} : |z+1| \leq 3\}$

۲.  $R_2 = \{z \in \mathbb{C} : |z-7| \leq 2\}$

۳.  $R_3 = \{z \in \mathbb{C} : |z-3| \leq 3\}$

۴.  $R_4 = \{z \in \mathbb{C} : |z-1| \leq 1\}$

۱۷- فرض کنیم ماتریس  $A$ ،  $n \times n$  و چند جمله ای مشخصه آن  $p(\lambda) = \lambda^n + p_1\lambda^{n-1} + \dots + p_n$  باشد، و همچنین  $S_k = \lambda_1^k + \lambda_2^k + \dots + \lambda_n^k$ . با روش لوریبر می خواهیم چند جمله ای مشخصه را بیابیم.  $P_1$  از کدام فرمول بدست می آید؟

۱.  $\frac{S_2 + S_1^2}{2}$

۲.  $\frac{S_2 - S_1^2}{2}$

۳.  $\frac{-S_2 - S_1^2}{2}$

۴.  $\frac{-S_2 + S_1^2}{2}$

۱۸- اگر  $p(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^2 - 1$  چند جمله ای مشخصه ماتریس  $A$  باشد.  $A^{-1}$  برابر کدام است؟

۱.  $A^3 - 2A$

۲.  $A^4 - 2A^2$

۳.  $A^4 - I$

۴.  $A^3 - 2I$

۱۹- 
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$
 هرگاه

باشد. پس از یک مرحله انجام روش تکراری ژاکوبی (برای تبدیل  $A$  به ماتریس سه قطری) کدام

مولفه صفر می شود؟

۱.  $a_{12}$

۲.  $a_{22}$

۳.  $a_{31}$

۴.  $a_{32}$

۲۰- روش QR برای تبدیل یک ماتریس مربعی به ماتریسی ... است.

۱. سه قطری

۲. بالا مثلثی

۳. پایین مثلثی

۴. قطری

### سوالات تشریحی

۱،۴۰ نمره

۱- فرض کنید  $V$  فضای چند جمله ای ها با درجه کوچکتر یا مساوی ۴ روی هیات اعداد حقیقی باشد. با فرض

که  $B = \{p_0(x), \dots, p_3(x)\}$  نشان دهید مجموعه  $B$  یک پایه برای  $V$  می باشد. سپس

چند جمله ای  $x^3 - 2x^2 + 1$  را به صورت ترکیب خطی از اعضای این پایه بنویسید.

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

۲- فرض کنید  $T: R^3 \rightarrow R^3$  تبدیل خطی باشد که توسط  $T(x, y, z) = (x - y + 2z, 2x + y, -x - 2y + 2z)$  تعریف شده است.  $\ker T$  و  $\text{ran} T$  را بیابید. یک به یک و پوشا بودن  $T$  را بررسی کنید. آیا  $T$  وارونپذیر است.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید  $V$  فضای با ضرب داخلی و  $B = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$  پایه متعامد یکه برای  $V$  باشد. نشان دهید برای هر  $\alpha$  در  $V$  داریم  $\alpha = \sum_{i=1}^n (\alpha | \alpha_i) \alpha_i$ .

۱.۴۰ نمره

۴- ماتریس  $\begin{bmatrix} 4 & 4 & 2 \\ 4 & 8 & 2 \\ 2 & 2 & 5 \end{bmatrix}$  را به روش چولسکی به حاصلضرب  $LL^T$  تجزیه کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  را با استفاده از تبدیلات هاوس هلدر به یک ماتریس سه قطری متقارن تبدیل کنید.

۱.۴۰ نمره