



سری سوال: یک ۱

زبان آزمون (هفقیه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان هری: ریاضیات پایه و مقدمات آمار، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲

رشته تحصیلی/گروه هری: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶ - مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰ - حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳ - علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری چندبخشی، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۱۵ - مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸ - علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۱- پاد مشتق $G(x)$ از تابع $f(x) = x^2 + x + 1$ با شرط $G(0) = 1$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$

۲. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$

۳. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$

۴. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 1$

۲- حاصل انتگرال $\int \sin(x) \cos^5(x) dx$ کدام است؟

۱. $(\frac{\cos x}{8})^8 + c$

۳. $-\frac{1}{8} \cos^8 x + c$

۲. $-\frac{1}{8} \sin^8 x + c$

۴. $(\frac{\sin x}{8})^8 + c$

۳- حاصل انتگرال $\int [x] dx$ کدام است؟

۱. ۱-۲

۲. ۲-۲

۳. ۱-۳

۴. ۲-۴

۴- حاصل انتگرال $\int x|x| dx$ کدام است؟

۱. ۱-۱

۲. ۱-۲

۳. ۰-۳

۴. ۱-۴

۵- مساحت محدود به نمودار تابع $f(x) = 1 - x^2$ و محور X ها در بازه $[0, 2]$ کدام است؟

۱. ۲

۲. ۲-۲

۳. ۳

۴. $\frac{-3}{2}$

۶- اگر تابع عرضه کالایی برابر $y = x^3 + 4$ باشد آنگاه مازاد تولید کننده به ازای $y_0 = 12$ کدام است؟

۱. ۱۴

۲. ۱۲

۳. ۱۰

۴. ۱۱

سوال ۱

$$G(x) = \int f(x) dx = \int (x^r + x + 1) dx = \int x^r dx + \int x dx + \int dx$$

$$\Rightarrow G(x) = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + \frac{1}{2} x^2 + x + C$$

$$\star G(0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{r+1} (0)^{r+1} + \frac{1}{2} (0)^2 + 0 + C \Rightarrow C = 1 \Rightarrow G(x) = \frac{1}{r+1} x^{r+1} + \frac{1}{2} x^2 + x + 1$$

سوال ۲

$$\int \sin x \cos x dx \Rightarrow \int \frac{\cos^v}{u^v} \sin u dx = \int u^v (-du)$$

$$u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow -du = \sin x dx$$

$$\Rightarrow = -\int u^v du = -\frac{1}{v+1} u^{v+1} + C = -\frac{1}{r} u^r + C = -\frac{1}{r} \cos^r x + C$$

سوال ۳

$$\int_{-r}^r [x] dx = \int_{-r}^{-1} [x] dx + \int_{-1}^0 [x] dx + \int_0^1 [x] dx + \int_1^r [x] dx$$

$$= \int_{-r}^{-1} (-r) dx + \int_{-1}^0 (-1) dx + \int_0^1 0 dx + \int_1^r 1 dx = -rx \Big|_{-r}^{-1} + (-x) \Big|_{-1}^0 + 0 + x \Big|_1^r$$

$$= (-r(-1) - (-r(-r))) + (0 - (-(-1))) + 0 + (r-1) = -r-1+0+1 = -r$$

سوال ۴

$$\int_{-1}^1 x|x| dx \quad \left(\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ اگر } f(x) \text{ تفرقی جز باشد} \right)$$

$$\hookrightarrow f(x) = x|x| \rightarrow \int_{-1}^1 x|x| dx = 0$$

سوال ۵

$$\int_{-1}^1 |1-x^2| dx = \int_0^1 (1-x^2) dx + \int_1^2 -(1-x^2) dx = \left(x - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 + \left(-x + \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_1^2$$

$$\frac{x}{1-x^2} \Big|_{-1}^{-\infty} \quad \frac{-1}{1-1} + \frac{1}{1-1} \quad \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{3} (1)^3 - 0 \right) + \left(-2 + \frac{1}{3} (2)^3 - \left(-1 + \frac{1}{3} (1)^3 \right) \right)$$

$$= 1 - \frac{1}{3} - 2 + \frac{8}{3} + 1 - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 2$$

سوال ۶

$$y = x^r + r \quad y_0 = 12 \Rightarrow \text{P.S} = x_0 y_0 - \int_0^{x_0} y dx$$

$$y_0 = 12 \Rightarrow 12 = x^r + r \Rightarrow x^r = 12 - r \Rightarrow \boxed{x=2} \Rightarrow \text{P.S} = 2 \times 12 - \int_0^2 (x^r + r) dx$$

$$\Rightarrow \text{P.S} = 24 - \left(\frac{1}{r} x^{r+1} + rx \Big|_0^2 \right) = 24 - \left(\frac{1}{r} (2)^{r+1} + r \times 2 - 0 \right) = 24 - 12 = 12$$

سوال ۷

$$y' = \frac{rx}{1-ry} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{rx}{1-ry} \Rightarrow (1-ry) dy = rx dx$$

$$\Rightarrow \int (1-ry) dy = \int rx dx \Rightarrow y - y^r = x^r + C \Rightarrow y - y^r - x^r = C \Rightarrow y - (y^r + x^r) = C$$

سوال ۸



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (هفته): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: ریاضیات پایه و مقدمات آمار، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲
 رشته تحصیلی/گرایش: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶ - مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰ - حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳ - علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری
 (چندبخشی)، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی
 (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۱۵ - مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸ - علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۷- جواب معادله دیفرانسیل $y' = \frac{2x}{1-2y}$ کدام است؟

۱. $y - y^2 + x^2 = c$
 ۲. $y - (y^2 + x^2) = c$
 ۳. $y^2 - y + x^2 = c$
 ۴. $y^2 - y - x^2 = c$

۸- اگر A, B دو ماتریس مربع و هم مرتبه باشند آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. $(AB)^t = A^t B^t$ اگر $A = A^t$ آنگاه ماتریس A متعامد است.
 ۲. $AB = BA$
 ۳. اگر $A = -A^t$ آنگاه ماتریس A پادمتقارن است.
 ۴. $AB = BA$

۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{-1} کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$
 ۲. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$
 ۳. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$
 ۴. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

۱۰- اگر $\det A = 2$ و A یک ماتریس از مرتبه ۳ باشد آنگاه $\det(2A)$ کدام است؟

۱. ۱۶
 ۲. ۴
 ۳. ۶
 ۴. ۱۲

۱۱- اگر $\det(A) = 3$ و $\det(B) = -2$ آنگاه $\det(ABA^{-1})$ کدام است؟

۱. -۲
 ۲. ۲
 ۳. ۱۸
 ۴. -۱۸

www.PNUNA.COM $2A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$

سؤال ۱

$\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & \frac{5}{2} \\ 2 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$

$\det A = 2 \Rightarrow \det(2A) = 2^2 \det(A) = 4 \times 2 = 8$
 ماتریس مرتبه ۲ $\Rightarrow \det(2A) = 2^2 \det(A) = 4 \times 2 = 8$

سؤال ۱۰

$\det(A) = 3 \Rightarrow \det(ABA^{-1}) = \det(A) \times \det(B) \times \det(A^{-1})$
 $\det(B) = -2 = 3 \times (-2) \times \frac{1}{3} = -2$

سؤال ۱۱

① $S = \{(1, 2, 3), (2, 5, 8), (0, 0, 0)\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$ واسه خطراته

سؤال ۱۲

سؤال ۱۳ \Rightarrow مرتبه ۲ صحیح است

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ \Rightarrow مقادیر ویژه ماتریس های بالابندی یا پایین مثل یا قطری همان عنصر
 (دری قطر اصلی آنها باشند)
 \Rightarrow مقادیر ویژه $A = 1, -2$

سؤال ۱۴

سؤال ۱۵ \Rightarrow اگر λ مقدار ویژه ماتریس A باشد آن گاه $\frac{1}{\lambda}$ مقدار ویژه ماتریس A^{-1} خواهد بود.
 $\lambda = -\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3} \Rightarrow$ مقدار ویژه A^{-1} خواهد بود

سؤال ۱۵

سؤال ۱۶

سؤال ۱۴ $\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{1}{\pi}, \pi)} xy \sin(xy) = \frac{1}{\pi} \times \pi \sin(\frac{1}{\pi} \times \pi) = \frac{\pi}{\pi} \sin \frac{\pi}{\pi} = \frac{\pi}{\pi}$

سؤال ۱۴

سؤال ۱۷ $f(x,y) = x \ln(y) - y \ln(x) \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = x \times \frac{1}{y} - 1 \times \ln x = \frac{x}{y} - \ln x$
 $\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(e^r, e) = \frac{e^r}{e} - \ln e^r = e - r \ln e = e - r$

سؤال ۱۷

سؤال ۱۸ $f(x,y) = x^2 y^2 + xy^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} (\frac{\partial f}{\partial x}) = \frac{\partial}{\partial y} (2xy^2 + y^2) = 4xy + 2y$
 $\Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(1,1) = 4(1)(1) + 2(1) = 4 + 2 = 6$

سؤال ۱۸

سؤال ۱۹ $z = xy^3 - 2xy + x - 2$
 $x=1, y=1, dx=1/2, dy=1/3$
 $dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = (y^3 - 2y + 1) dx + (3xy^2 - 2x) dy$
 $dz = (1^3 - 2 \times 1 + 1) \times \frac{1}{2} + (3 \times 1 \times 1^2 - 2 \times 1) \times \frac{1}{3} = 0 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$

سؤال ۱۹



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

هنر و ریاضیات پایه و مقدمات آمار، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲
 رشته تحصیلی/گروه: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶ - مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰ - حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳ - علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری
 (چندبخشی)، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی
 (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۱۵ - مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸ - علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۱۲- کدام مجموعه زیر وابسته خطی است؟

۱. $S = \{(1, 2, 3), (2, 5, 8), (0, 0, 0)\}$
 ۲. $S = \{(1, 2), (3, 4)\}$
 ۳. $S = \{(1, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2)\}$
 ۴. $S = \{(1, 2, 3, 4)\}$

۱۳- کدام گزینه در مورد رتبه یک ماتریس مربع از مرتبه n صحیح است؟

۱. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) = n$
 ۲. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) < n$
 ۳. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) > n$
 ۴. اگر $r(A) > r(A^t)$ اگر A مربع نباشد

۱۴- مقادیر ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱. ۱، ۲، -۱
 ۲. ۱، ۲
 ۳. ۲، ۱، -۲
 ۴. ۳، ۲

۱۵- اگر بدانیم $\lambda = -\frac{3}{4}$ مقدار ویژه ماتریس A است آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\gamma = \frac{4}{3}$ مقدار ویژه ماتریس A^{-1} است
 ۲. $\gamma = -\frac{9}{16}$ مقدار ویژه ماتریس A^2 است
 ۳. $\gamma = -\frac{4}{3}$ مقدار ویژه ماتریس A^{-1} است
 ۴. $\gamma = \frac{16}{9}$ مقدار ویژه ماتریس A^2 است

۱۶- حد تابع $\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{1}{\sqrt{3}}, \pi)} x y \sin(xy)$ کدام است؟

۱. $\frac{\pi}{2}$
 ۲. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$
 ۳. $\frac{\pi\sqrt{2}}{6}$
 ۴. $\frac{\pi}{4}$

سؤال ۲۰

مطلوبه عبارت $\frac{\partial u}{\partial y}(2, 4, 3)$

$u = x^2 y^2 z - 8xyz$
 $x=2$
 $y=4$
 $z=3$

$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = 2x^2 y z - 8xz \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}(2, 4, 3) = 2(2)^2(4)(3) - 8(2)(4) = 128$

سؤال ۱ تشریحی

$f(x) = x^3$
 $g(x) = x^2 - x$
 $S = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_0^1 |x^3 - x^2 + x| dx$

$\Rightarrow x^3 - x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x + 1) = 0$
 $x=0$
 $x^2 - x + 1 = 0$
 ریشه ندارد

$\Rightarrow S = \int_0^1 (x^3 - x^2 + x) dx$

$\Rightarrow S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x dx = (\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2) \Big|_0^1 = (\frac{1}{4}(1) - \frac{1}{3}(1) + \frac{1}{2}(1) - 0)$

$\Rightarrow S = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3-4+6}{12} = \frac{5}{12}$

سؤال ۲ تشریحی صورت سؤال آسپاه نادر عبارت صحیح

HAPPY BIRTHDAY
 A V 14 14 25 0 2 9 18 20 1 4 7 25

- [8 7]
- [14 14]
- [25 0]
- [2 9]
- [18 25]
- [1 4]
- [7 25]

حرکت از این ۷ ماتریس
 را در ماتریس A ضرب
 می کنیم

$[8 \ 7] \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = [9 \ 10]$
 $= [14 \ 14]$
 $= [50 \ 75]$
 $= [-5 \ -12]$
 $= [14 \ 14]$
 $= [12 \ 14]$
 $= [-11 \ -29]$

این اسلادر را هم
کسر کنیم

\Rightarrow عبارت تبدیل شده $= 9, 10, 14, 14, 50, 75, -5, -12, 14, 14, 12, 14, -11, -29$

سؤال ۳ تشریحی

$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 4x + 3y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2x \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$

$= 2x(-2 - (-3)) + (-1(-1 - (-4))) + (3 - 8) = 2x - 3 - 5 = 0$

چون در میدان ماتریس ضرایب دستگاه برابر صفر است پس دستگاه معوق طایفه جواب غیر صفری
 می باشد.



۱۷- اگر $f(x, y) = x \ln(y) - y \ln(x)$ باشد آنگاه مقدار $\frac{\partial f}{\partial y}(e^2, e)$ کدام است؟

۱. $e-1$ ۲. $e-2$ ۳. $2-e$ ۴. 0

۱۸- اگر $f(x, y) = x^2 y^2 + xy^4$ باشد آنگاه مقدار $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ در نقطه $(1, 1)$ کدام است؟

۱. 10 ۲. 14 ۳. 12 ۴. 11

۱۹- اگر $Z = xy^2 - 2xy + x - 2$ باشد آنگاه مقدار دیفرانسیل کل Z برای مقادیر

$y = x = 1, dx = 0, dy = 0$ کدام است؟

۱. $0/2$ ۲. $0/3$ ۳. $0/5$ ۴. $-0/5$

۲۰- اگر تابع مطلوبیت یک مصرف کننده برابر با $u = 2x^2 y^2 z - 4xy^2$ باشد آنگاه مطلوبیت نهایی کالای Y در حالتی

که $x = 2, y = 4, z = 3$ باشند، کدام است؟

۱. 126 ۲. 128 ۳. 116 ۴. 118

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای توابع $f(x) = x^3, g(x) = x^2 - x$ را در بازه $[0, 1]$ بدست آورید **مثال ۱-۳۷ ص ۴۴**

۱.۴۰ نمره

۲- عبارت HAPPY IRTHDAY را توسط ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ به صورت رمز شده بیان کنید
هرگاه حروف به صورت $A = 7, B = 2, D = 4, I = 9, H = 8, P = 16, T = 20, R = 18, Y = 25$ کد شده باشند.

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید دستگاه معادلات زیر دارای جواب غیر بدیهی است و سپس مجموعه جواب دستگاه را بیابید. **مثال ۳-۳۵ ص ۱۳۲**

$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 4x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

۱.۴۰ نمره

۴- اگر داشته باشیم $w = e^{xyz}, x = 2u + v, y = 2u - v, z = u^2 v$ آنگاه $\frac{\partial w}{\partial u}$ را بدست آورید **مثال ۵-۲۷ ص ۱۸۸**

۱.۴۰ نمره

۵- نقاط اکسترمم نسبی و زینی تابع $f(x, y) = 8x^2 - 24xy + y^3$ را در صورت وجود بیابید. **مثال ۵-۳۸ ص ۲۰۲**

من

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_2 - R_1, R_3 - R_1} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2R_1 + R_2 \rightarrow R_2, -2R_1 + R_3 \rightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-\frac{1}{5}R_2 \rightarrow R_2, -R_2 + R_3 \rightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{-2R_2 + R_1 \rightarrow R_1, \Delta R_2 + R_3 \rightarrow R_3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5x + \frac{1}{5}z = 0 \\ y - \frac{3}{5}z = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x + \frac{1}{5}z = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}z \\ y - \frac{3}{5}z = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{5}z \end{cases} \leftarrow \text{با فرض } z \text{ به عنوان متغیر آزاد داریم} \leftarrow z = \alpha$$

$$\Rightarrow \text{حاصل دهنده} = \left\{ \left(-\frac{1}{5}\alpha, \frac{3}{5}\alpha, \alpha \right) \mid \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$

سوال ۴ تشریحی

$$w = e^{xyz} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial w}{\partial x} = yze^{xyz} \\ \frac{\partial w}{\partial y} = xze^{xyz} \\ \frac{\partial w}{\partial z} = xy e^{xyz} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2u + v \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial u} = 2 \\ y = 2u - v \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial u} = 2 \\ z = uv \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial u} = v \end{cases}$$

$$\frac{\partial w}{\partial u} = \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial u} = yze^{xyz} \cdot 2 + xze^{xyz} \cdot 2 + xy e^{xyz} \cdot v = (2yz + 2xz + xyuv) e^{xyz}$$

سوال ۵ تشریحی

$$f(x,y) = 4x^2 - 2x^2y + y^3 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = 8x - 4xy \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 8 - 4y$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = -2x^2 + 3y^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6y \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -4x$$

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x - 4xy = 0 \\ -2x^2 + 3y^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = 0 \\ -2x^2 + 3y^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ -2x^2 + 3x^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow (0,0)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8x - 4xy = 0 \\ -2x^2 + 3y^2 = 0 \end{cases} \xrightarrow{*} \begin{cases} -2x^2 + 3(x^2)^2 = 0 \\ -2x^2 + 3x^4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2(x^2 - 1) = 0 \\ x^2(x-1)(x+1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \xrightarrow{*} \begin{cases} y=0 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow \text{نقاط بحرانی} \Rightarrow (0,0), (1,1)$$

$$D_{(0,0)} \rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = 8, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = 0, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = -4 \Rightarrow \Delta(0,0) = 8 \cdot 0 - (-4)^2 = -16 < 0$$

$$D_{(1,1)} \rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1,1) = 4, \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1,1) = 6, \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1,1) = -4 \Rightarrow \Delta(1,1) = 4 \cdot 6 - (-4)^2 = 24 - 16 = 8 > 0$$