



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (هفت دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
سری سوال: یک ۱

عنوان هری: ریاضیات پایه و مقدمات آمار، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲
رشته تحصیلی/گده هری: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶ - مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰ - حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳ - علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری چندبخشی، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۱۵ - مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸ - علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۱- پاد مشتق $G(x)$ از تابع $f(x) = x^2 + x + 1$ با شرط $G(0) = 1$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ ۲. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$

۳. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x$ ۴. $\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - 1$

۲- حاصل انتگرال $\int \sin(x) \cos^5(x) dx$ کدام است؟

۱. $\left(\frac{\cos x}{8}\right)^8 + c$ ۲. $-\frac{1}{8} \sin^8 x + c$ ۳. $-\frac{1}{8} \cos^8 x + c$ ۴. $\left(\frac{\sin x}{8}\right)^8 + c$

۳- حاصل انتگرال $\int [x] dx$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۱ ۴. ۲

۴- حاصل انتگرال $\int x|x| dx$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. $\frac{1}{2}$ ۳. ۰ ۴. ۱

۵- مساحت محدود به نمودار تابع $f(x) = 1 - x^2$ و محور X ها در بازه $[0, 2]$ کدام است؟

۱. ۲ ۲. ۲ ۳. $\frac{3}{2}$ ۴. $\frac{-3}{2}$

۶- اگر تابع عرضه کالایی برابر $y = x^2 + 4$ باشد آنگاه مازاد تولید کننده به ازای $y_0 = 12$ کدام است؟

۱. ۱۴ ۲. ۱۲ ۳. ۱۰ ۴. ۱۱

سوال ۱

$$f(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow G(x) = \int f(x) dx = \int (x^2 + x + 1) dx = \int x^2 dx + \int x dx + \int dx$$

$$\Rightarrow G(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + C$$

$$\star G(0) = 1 \Rightarrow 1 = \frac{1}{3}(0)^3 + \frac{1}{2}(0)^2 + 0 + C \Rightarrow C = 1 \Rightarrow G(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 1$$

سوال ۲

$$\int \sin x \cos^v x dx \Rightarrow \int \frac{\cos^v x}{u^v} \sin x dx = \int u^v (-du)$$

$$u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow -du = \sin x dx$$

$$\Rightarrow - \int u^v du = -\frac{1}{v+1} u^{v+1} + C = -\frac{1}{v+1} \cos^{v+1} x + C$$

سوال ۳

$$\int_{-2}^2 [x] dx = \int_{-2}^{-1} [x] dx + \int_{-1}^0 [x] dx + \int_0^1 [x] dx + \int_1^2 [x] dx$$

$$= \int_{-2}^{-1} (-1) dx + \int_{-1}^0 (-1) dx + \int_0^1 0 dx + \int_1^2 1 dx = -x \Big|_{-2}^{-1} + (-x) \Big|_{-1}^0 + 0 + x \Big|_1^2$$

$$= (-1(-1) - (-1(-2))) + (0 - (-1(-1))) + 0 + (2-1) = -1 - 1 + 0 + 1 = -1$$

سوال ۴

$$\int_{-1}^1 x|x| dx \quad \left(\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ اگر } f(x) \text{ فرد باشد} \right)$$

$$\hookrightarrow f(x) = x|x| \rightarrow \int_{-1}^1 x|x| dx = 0$$

سوال ۵

$$\int_0^2 |1-x^2| dx = \int_0^1 (1-x^2) dx + \int_1^2 -(1-x^2) dx = \left(x - \frac{1}{3}x^3\right) \Big|_0^1 + \left(-x + \frac{1}{3}x^3\right) \Big|_1^2$$

$$\Rightarrow \left(1 - \frac{1}{3}(1)^3 - 0\right) + \left(-2 + \frac{1}{3}(2)^3 - \left(-1 + \frac{1}{3}(1)^3\right)\right)$$

$$= 1 - \frac{1}{3} - 2 + \frac{8}{3} + 1 - \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

سوال ۶

$$y = x^2 + 4 \quad y_0 = 12 \Rightarrow \text{مساحت} = P.S = x_0 y_0 - \int_0^{x_0} y dx$$

$$y_0 = 12 \Rightarrow 12 = x^2 + 4 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{8} \Rightarrow P.S = 2 \times 12 - \int_0^2 (x^2 + 4) dx$$

$$\Rightarrow P.S = 24 - \left(\frac{1}{3}x^3 + 4x\right) \Big|_0^2 = 24 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 + 4 \times 2 - 0\right) = 24 - 12 = 12$$

سوال ۷

$$y' = \frac{2x}{1-2y} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{2x}{1-2y} \Rightarrow (1-2y) dy = 2x dx$$

$$\Rightarrow \int (1-2y) dy = \int 2x dx \Rightarrow y - y^2 = x^2 + C \Rightarrow y - (y^2 + x^2) = C$$

سوال ۸



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (هفته): تستی: ۶۰ تشریحی: ۹۰ ماه خبری دانشجویی اسبقی سوال: ۱ یک

عنوان درس: ریاضیات پایه و مقدمات آمار، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲
رشته تحصیلی/گروه: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶، مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰، حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳، علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری (چندبخشی)، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی (چندبخشی) (۱۱۱۱۰۱۵، مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸، علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۷- جواب معادله دیفرانسیل $y' = \frac{2x}{1-2y}$ کدام است؟

۲. $y - (y^2 + x^2) = c$

۱. $y - y^2 + x^2 = c$

۴. $y^2 - y - x^2 = c$

۳. $y^2 - y + x^2 = c$

۸- اگر A, B دو ماتریس مربع و هم مرتبه باشند آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۲. اگر $A = A^t$ آنگاه ماتریس A متعامد است.

۱. $(AB)^t = A^t B^t$

۴. $AB = BA$

۳. اگر $A = -A^t$ آنگاه ماتریس A پادمتقارن است

۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ آنگاه A^{-1} کدام است؟

۴. $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

۲. $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

۱. $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$

۱۰- اگر $\det A = 2$ و A یک ماتریس از مرتبه ۳ باشد آنگاه $\det(2A)$ کدام است؟

۴. ۱۲

۳. ۶

۲. ۴

۱. ۱۶

۱۱- اگر $\det(A) = 3$ و $\det(B) = -2$ آنگاه $\det(ABA^{-1})$ کدام است؟

۴. -۱۸

۳. ۱۸

۲. ۲

۱. -۲

$$2A - \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}^t \Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow 2A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & \frac{5}{2} \\ 2 & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

سؤال ۱

$$\det A = 2 \Rightarrow \det(2A) = 2^2 \det(A) = 4 \times 2 = 8$$

ماتریس مرتبه ۲

سؤال ۱۰

$$\det(A) = 3 \Rightarrow \det(ABA^{-1}) = \det(A) \times \det(B) \times \det(A^{-1})$$

$$\det(B) = -2 = 3 \times (-2) \times \frac{1}{3} = -2$$

سؤال ۱۱

$$\textcircled{1} \Rightarrow S = \left\{ (1, 2, 3), (2, 5, 8), (0, 0, 0) \right\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

واحد خطی است

سؤال ۱۲

سؤال ۱۳

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

مقادیر ویژه ماتریس‌های بالابندی یا پایین مثل یا قطری همان مقادیر روی قطر اصلی آنها باشند.

\Rightarrow مقادیر ویژه $A = 1, -2$

سؤال ۱۴

سؤال ۱۵

مقادیر ویژه A^{-1} عبارتند از $\frac{1}{\lambda}$ مقادیر ویژه ماتریس A است. اگر λ مقدار ویژه ماتریس A باشد آن گاه $\frac{1}{\lambda}$ مقدار ویژه ماتریس A^{-1} خواهد بود.

مقادیر ویژه A^{-1} عبارتند از \Rightarrow $\lambda = -\frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{-\frac{3}{4}} = -\frac{4}{3}$

سؤال ۱۶

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{1}{4}, \pi)} xy \sin(xy) = \frac{1}{4} \times \pi \sin\left(\frac{1}{4} \times \pi\right) = \frac{\pi}{4} \sin\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{8}$$

سؤال ۱۷

$$f(x,y) = x \ln(y) - y \ln(x) \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = x \times \frac{1}{y} - 1 \times \ln x = \frac{x}{y} - \ln x$$

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial y}(e^2, e) = \frac{e^2}{e} - \ln e^2 = e - 2 \ln e = e - 2$$

سؤال ۱۸

$$f(x,y) = x^2 y^2 + xy^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} (2xy^2 + y^2) = 4xy + 2y$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(1,1) = 4(1)(1) + 2(1) = 4 + 2 = 6$$

سؤال ۱۹

$$z = xy^3 - 2xy + x - 2$$

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy = (y^3 - 2y + 1) dx + (3xy^2 - 2x) dy$$

$$dz = (1^3 - 2 \times 1 + 1) \times 1^2 + (3(1)(1)^2 - 2 \times 1) \times 1^3 = 0 \times 1^2 + 1 \times 1^3 = 1^3$$

$x=1$
 $y=1$
 $dx=1^2$
 $dy=1^3$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نستی: ۲۰ تشریحی: ۵

هنر و ریاضیات پایه و مقدمات آمار، ریاضیات در برنامه ریزی، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت، ریاضیات و کاربرد آن در مدیریت ۲
 رشته تحصیلی/گرایش: مدیریت دولتی ۱۱۱۱۰۰۶ - مدیریت صنعتی ۱۱۱۱۰۱۰ - حسابداری ۱۱۱۱۰۱۳ - علوم اقتصادی (نظری) چندبخشی، حسابداری
 (چندبخشی)، مدیریت دولتی (چندبخشی)، مدیریت بازرگانی (چندبخشی)، مدیریت صنعتی (چندبخشی)، مدیریت جهانگردی
 (چندبخشی) ۱۱۱۱۰۱۵ - مدیریت بازرگانی ۱۱۱۱۱۱۸ - علوم اجتماعی (برنامه ریزی اجتماعی تعاون و رفاه) ۱۲۲۲۱۹۶

۱۲- کدام مجموعه زیر وابسته خطی است؟

۱. $S = \{(1, 2, 3), (2, 5, 8), (0, 0, 0)\}$

۲. $S = \{(1, 2), (3, 4)\}$

۳. $S = \{(1, 1, 1), (1, 2, 1), (1, 1, 2)\}$

۴. $S = \{(1, 2, 3, 4)\}$

۱۳- کدام گزینه در مورد رتبه یک ماتریس مربع از مرتبه n صحیح است؟

۲. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) < n$

۱. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) = n$

۴. $r(A) > r(A^t)$ اگر A مربع نباشد

۳. $\det A = 0 \Leftrightarrow r(A) > n$

۱۴- مقادیر ویژه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۲، ۳

۳، -۲، ۱

۲، ۱، ۲

۱، ۲، -۱

۱۵- اگر بدانیم $\lambda = -\frac{3}{4}$ مقدار ویژه ماتریس A است آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۲. $\gamma = -\frac{9}{16}$ مقدار ویژه ماتریس A^2 است

۱. $\gamma = \frac{4}{3}$ مقدار ویژه ماتریس A^{-1} است

۴. $\gamma = \frac{16}{9}$ مقدار ویژه ماتریس A^2 است

۳. $\gamma = -\frac{4}{3}$ مقدار ویژه ماتریس A^{-1} است

۱۶- حد تابع $\lim_{(x,y) \rightarrow (\frac{1}{\sqrt{3}}, \pi)} xy \sin(xy)$ کدام است؟

۴. $\frac{\pi}{4}$

۳. $\frac{\pi\sqrt{2}}{6}$

۲. $\frac{\pi\sqrt{3}}{6}$

۱. $\frac{\pi}{2}$

سؤال ۲۰

صورت
 $u = 2x^2 y^2 z - 4xy^2 \Rightarrow$ مطلوب است محاسبه $\frac{\partial u}{\partial y}(2, 4, 3)$

$x=2$
 $y=4$
 $z=3$

$\Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = 4x^2 y z - 8xy \Rightarrow \frac{\partial u}{\partial y}(2, 4, 3) = 4(2)(4)(3) - 8(2)(4) = 128$

سؤال ۱ تشریحی

$f(x) = x^3$
 $g(x) = x^2 - x$
 $S = \int_0^1 |f(x) - g(x)| dx = \int_0^1 |x^3 - x^2 + x| dx$

بازه $[0, 1]$
 $\Rightarrow x^3 - x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x + 1) = 0$
 $\begin{cases} x=0 \\ x^2 - x + 1 = 0 \end{cases}$
 ریشه ندارد

$\Rightarrow S = \int_0^1 (x^3 - x^2 + x) dx$

$\Rightarrow S = \int_0^1 x^3 dx - \int_0^1 x^2 dx + \int_0^1 x dx = (\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2) \Big|_0^1 = (\frac{1}{4}(1) - \frac{1}{3}(1) + \frac{1}{2}(1) - 0)$

$\Rightarrow S = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{3-4+6}{12} = \frac{5}{12}$

سؤال ۲ تشریحی

صورت سؤال آسپاه نادر عبارت صحیح **HAPPY BIRTHDAY** چیست.

H A P P Y B I R T H D A Y
 ۸ ۷ ۱۴ ۱۴ ۲۵ ۰ ۲ ۹ ۱۸ ۲۰ ۸ ۴ ۷ ۲۵

- [۸ ۷]
- [۱۴ ۱۴]
- [۲۵ ۰]
- [۲ ۹]
- [۱۸ ۲۰]
- [۸ ۴]
- [۷ ۲۵]

حکایت از این ۷ ماتریس
 را در ماتریس A ضرب
 می کنیم

$[8 \ 7] \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = [9 \ 10]$
 \downarrow
 $= [14 \ 14]$
 بقیه را نیز ضرب
 می کنیم و داریم
 $= [50 \ 75]$
 $= [-5 \ -12]$
 $= [14 \ 14]$
 $= [12 \ 14]$
 $= [-11 \ -29]$

این اسلادر را هم
 کسر کنیم و داریم

\Rightarrow عبارت تبدیل شده $9, 10, 14, 14, 50, 75, -5, -12, 14, 14, 12, 14, -11, -29$

سؤال ۳ تشریحی

$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x + 2y - z = 0 \\ 4x + 3y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 2x \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} - (-1) \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$

$\rightarrow = 2x(-2 - (-3)) + (-1(-1 - (-4))) + (3 - 8) = 2x + 3 - 5 = 0$

چون در میدان ماتریس ضرایب دستگاه برابر صفر است پس دستگاه معوق طایفه جواب غیر صفری
 می باشد.

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -2R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \\ -4R_1 + R_3 \rightarrow R_3 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -5 & 3 \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix} \\ &\xrightarrow{-\frac{1}{5}R_2 \rightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & -5 & 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\begin{matrix} -5R_2 + R_3 \rightarrow R_3 \\ \Delta R_2 + R_1 \rightarrow R_1 \end{matrix}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{5} \\ 0 & 1 & -\frac{3}{5} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 5x + \frac{1}{5}z = 0 \\ y - \frac{3}{5}z = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

بایگاه خبری دانشجویان پیام نور

$$\begin{aligned} 5x + \frac{1}{5}z = 0 &\Rightarrow x = -\frac{1}{5}z \\ y - \frac{3}{5}z = 0 &\Rightarrow y = \frac{3}{5}z \end{aligned}$$

با فرض z به عنوان متغیر آزاد داریم $\leftarrow z = \alpha$

$$\Rightarrow \text{حاصل دسامه} = \left\{ \left(-\frac{1}{5}\alpha, \frac{3}{5}\alpha, \alpha \right) \mid \alpha \in \mathbb{R} \right\}$$

سوال ۴ تشریحی

$$\begin{aligned} w &= e^{xyz} \\ x &= 2u + v \Rightarrow \frac{\partial x}{\partial u} = 2 \\ y &= 2u - v \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial u} = 2 \\ z &= uv \Rightarrow \frac{\partial z}{\partial u} = v \end{aligned}$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = yze^{xyz}, \quad \frac{\partial w}{\partial y} = xze^{xyz}, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = xy e^{xyz}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial u} &= \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial u} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial u} = yze^{xyz} \cdot 2 + xze^{xyz} \cdot 2 + xy e^{xyz} \cdot v \\ &= 2yze^{xyz} + 2xze^{xyz} + vxy e^{xyz} = (2yz + 2xz + vxy) e^{xyz} \end{aligned}$$

سوال ۵ تشریحی

$$\begin{aligned} f(x,y) &= 4x^2 - 2x^2y + y^3 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = 8x - 4xy \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 8 - 4y \\ \frac{\partial f}{\partial y} &= -2x^2 + 3y^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 6y \Rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = -4x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial x} = 0 &\Rightarrow 8x - 4xy = 0 \Rightarrow 2x - y = 0 \Rightarrow x = \frac{y}{2} \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0 &\Rightarrow -2x^2 + 3y^2 = 0 \Rightarrow -2x^2 + 3\left(\frac{y}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow -2x^2 + \frac{3y^2}{4} = 0 \\ \Rightarrow 8x^2 - 2x^2 &= 0 \Rightarrow 6x^2(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow 6x(x-1)(x^2 + x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 6x = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ x^2 + x + 1 = 0 \end{cases} \end{aligned}$$

نقاط بحرانی $(0,0)$ و $(1, \frac{1}{2})$

$$D_{(0,0)} \rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = 8, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0) = 0, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = -4 \Rightarrow \Delta(0,0) = 8 \cdot 0 - (-4)^2 = -16 < 0$$

$$D_{(1, \frac{1}{2})} \rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1, \frac{1}{2}) = 8 - 4 \cdot \frac{1}{2} = 6, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(1, \frac{1}{2}) = 3, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(1, \frac{1}{2}) = -2$$

$$\Rightarrow \Delta(1, \frac{1}{2}) = 6 \cdot 3 - (-2)^2 = 14 > 0 \rightarrow \text{نقطه (1, 1/2) است محلی مینیمم است}$$