

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- کدامیک از ماتریسهای زیر مقدماتی است؟

$$\begin{matrix} ۱. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} & ۲. \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ ۳. \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} & ۴. \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

۲- تعریف ماتریس پایین هسنبرگی کدام است؟

$$\begin{matrix} ۱. \quad a_{ij} = 0 \quad \text{برای} \quad j > i + 1 & ۲. \quad a_{ij} = 0 \quad \text{برای} \quad j < i + 1 \\ ۳. \quad a_{ij} = 0 \quad \text{برای} \quad i < j + 1 & ۴. \quad a_{ij} = 0 \quad \text{برای} \quad i > j + 1 \end{matrix}$$

۳- کدامیک زیر فضایی از  $R^3$  است؟

$$\begin{matrix} ۱. \quad \{(a, b, c) \mid a, b, c \in R, a = b - 1\} & ۲. \quad \{(a, b, c) \mid a, b, c \in R, a = 0\} \\ ۳. \quad \{(a, b, c) \mid a, b, c \in R, a = 1\} & ۴. \quad \{(a, b, c) \mid a, b, c \in R, a = b = 1\} \end{matrix}$$

۴- هرگاه  $W_1$  و  $W_2$  دو زیر فضا از  $V$  باشند که دارای بعد برابر هستند در این صورت کدام درست است؟

$$\begin{matrix} ۱. \quad W_1 \cap W_2 = 0 \\ ۲. \quad W_1 \cup W_2 = V \\ ۳. \quad \text{هرگاه} \quad \dim(W_1) = \dim(V) \quad \text{در این صورت دو زیر فضا برابرند.} \\ ۴. \quad W_1 = W_2 \end{matrix}$$

۵- هرگاه  $W_1$  و  $W_2$  دو زیر فضا از فضای برداری  $V$  باشند کدامیک از روابط زیر صحیح است؟

$$\begin{matrix} ۱. \quad \dim(W_1 + W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2) - \dim(W_1 \cap W_2) \\ ۲. \quad \dim(W_1 + W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2) + \dim(W_1 \cap W_2) \\ ۳. \quad \dim(W_1 \cup W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2) - \dim(W_1 \cap W_2) \\ ۴. \quad \dim(W_1 + W_2) = \dim(W_1) + \dim(W_2) - \dim(W_1 \cap W_2) \end{matrix}$$

۶- کدامیک از روابط زیر معادل با یک به یک بودن تبدیل خطی  $T$  است؟

$$۱. \quad \dim(\ker(T)) = 1 \quad ۲. \quad \ker(T) = \{0\} \quad ۳. \quad T(0) = 0 \quad ۴. \quad T(0) \neq 0$$

۷- نمایش ماتریسی تبدیل خطی زیر نسبت به پایه استاندارد کدام است؟

$$T(x, y, z) = (x + 2y + 3z, -x - 2y - 2z, x + y + z, y + z)$$

۱.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}$

۸- هرگاه برای ماتریس  $A_{3 \times 4}$  رتبه سطری ماتریس برابر با ۳ باشد رتبه ستونی این ماتریس چند است؟

۱. ۳ ۲. ۲ ۳. ۴ ۴. ۱

۹- کدامیک از روابط زیر برای درمینان ماتریسهای  $n \times n$  همواره برقرار نیست؟

۱.  $\det(2A) = 2^n \det(A)$  ۲.  $\det(AB) = \det(A) \det(B)$

۳.  $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$  ۴.  $\det(A) \det(A^{-1}) = 1$

۱۰- چند جمله ای مشخصه ماتریس  $\begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱.  $\lambda(\lambda - 2)(\lambda - 3)$  ۲.  $-(\lambda - 1)(\lambda - 2)^2$  ۳.  $\lambda(\lambda + 2)(\lambda + 3)$  ۴.  $-\lambda(\lambda + 2)(\lambda + 3)$

۱۱- هرگاه دستگاه معادلات زیر را به روش حذفی گاوس حل کنیم، ماتریس افزوده در پایان به چه صورتی خواهد بود؟

$$\begin{cases} 2x + 4y + 4z = 6 \\ 6x + 12y + 7z = 18 \\ -3x + 6y - z = 12 \end{cases}$$

۱.  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 & 6 \\ 0 & 12 & 5 & 24 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 7 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 24 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۱۲- تعداد ضرب و تقسیم ها در روش حذفی گاوس تقریباً برابر است با

۱.  $\frac{n^3}{2}$  ۲.  $\frac{n^3}{6}$  ۳.  $\frac{n^3}{3}$  ۴.  $\frac{n^2}{3}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی عددی، جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۱۰۵ -، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲) ان پیام نور

۱۳- هرگاه ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 14 & 11 & 14 \\ 6 & 29 & 41 \end{bmatrix}$  را به روش دولیتل به حاصلضرب LU تجزیه کنیم مولفه سطر ۲ و ستون ۳ ماتریس U کدام است؟

۱. ۳      ۲. ۴      ۳. -۱۰      ۴. -۱۴

۱۴- هرگاه A یک ماتریس حقیقی  $n \times n$  باشد  $\|A\|_\infty$  برابر کدامیک از روابط زیر است؟

۱.  $\max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$       ۲.  $\max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2$       ۳.  $\max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$       ۴.  $\left( \sum_{i=1}^n |a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$

۱۵- برای حل دستگاه معادلات زیر به روش تکراری ژاکوبی با فرض  $X^{(0)} = (0,0,0)$  جواب تقریبی بعد از یک تکرار کدام است؟

$$\begin{cases} 8x + 2y + z = 7 \\ 3x + 9y + 2z = 1 \\ 2x + y + 7z = -5 \end{cases}$$

۱.  $X^{(1)} = \left(\frac{7}{8}, \frac{1}{9}, \frac{-5}{7}\right)$       ۲.  $X^{(1)} = (0,0,1)$       ۳.  $X^{(1)} = (1,1,1)$       ۴.  $X^{(1)} = \left(\frac{7}{8}, 0, \frac{5}{7}\right)$

۱۶- بزرگترین شعاع برای دوایر گرشگورین در ماتریس زیر کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 7 & 1 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

۱. ۲      ۲. ۱      ۳. ۴      ۴. ۳

۱۷- تقریب بزرگترین مقدار ویژه ماتریس زیر از نظر قدر مطلق به روش توانی بعد از یک تکرار کدام است؟

$$X^{(0)} = (1,0,0) \text{ با فرض } \begin{bmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 3 & 7 & 1 \\ 8 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

۱. ۴      ۲. ۵      ۳. ۳      ۴. ۶

۱۸- در روش معکوس توانی کدام مقدار ویژه ماتریس  $A$  بدست می آید؟

۱. بزرگترین مقدار ویژه  $A$  (از نظر قدر مطلق)  
 ۲. کوچکترین مقدار ویژه  $A$  (از نظر قدر مطلق)  
 ۳. معکوس کوچکترین مقدار ویژه  $A$  (از نظر قدر مطلق)  
 ۴. معکوس بزرگترین مقدار ویژه  $A$  (از نظر قدر مطلق)

۱۹- هرگاه بزرگترین مقدار ویژه  

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$
 برابر با ۴ و بردار ویژه نظیر آن  $(1, -1, 1)$  باشد. سایر مقادیر ویژه  $A$  کدامند؟

۱. ۳ و ۱  
 ۲. ۱ و -۳  
 ۳. ۲ و ۱  
 ۴. ۱ و -۳

۲۰- در روش هاوس هولدر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}$  به چه ماتریسی تبدیل می شود؟

۱. قطری  
 ۲. ۳ قطری  
 ۳. بالا مثلثی  
 ۴. پایین مثلثی

### سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید مجموعه  $S$  همه ی ترکیبات خطی از بردارهای  $S$  همان فضای تولید شده توسط  $S$  می باشد. ۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید تبدیل خطی  $T$  یک به یک است اگر و تنها اگر  $\ker(T) = \{0\}$ . ۱.۴۰ نمره

۳- دترمینان ماتریس زیر را به روش حذفی گاوس بدست آورید. ۱.۴۰ نمره

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 8 \\ 9 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

۴- تجزیه چولسکی ماتریس زیر را بدست آورید. ۱.۴۰ نمره

$$\begin{bmatrix} 4 & 6 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \\ 6 & 8 & 14 \end{bmatrix}$$



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی عددی، جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/گد درس: علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ( ۱۱۱۱۱۰۵ - ، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲) ان پیام نور

۱۴۰ نمره

۵- چند جمله ای مشخصه ماتریس پایین هسنبرگی زیر را بدست آورید.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 5 & 6 & 4 & 0 \\ 9 & 2 & 8 & 21 \\ 3 & -1 & 11 & 6 \end{bmatrix}$$