

استفاده از ماشین حساب ساده، ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر بخواهیم ۳ محدودیت از چهار محدودیت $4x_1 + 5x_2 \leq 6$ ، $x_1 + 5x_2 \leq 17$ ، $8x_1 + x_2 \leq 15$ و $x_1 + x_2 \leq 10$ در یک مدل صدق کند کدام گزینه این وضعیت را نشان می دهد؟ (yها متغیرهای صفر یا یک هستند).

$$1. \quad 4x_1 + 5x_2 \leq 6 + My_1; x_1 + 5x_2 \leq 17 + My_2; 8x_1 + x_2 \leq 15 + My_3; \\ x_1 + x_2 \leq 10 + My_4; y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 1$$

$$2. \quad 4x_1 + 5x_2 \leq 6 + My_1; x_1 + 5x_2 \leq 17 + My_2; 8x_1 + x_2 \leq 15 + My_3; \\ x_1 + x_2 \leq 10 + My_4; y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 2$$

$$3. \quad 4x_1 + 5x_2 \leq 6 + My_1; x_1 + 5x_2 \leq 17 + My_2; 8x_1 + x_2 \leq 15 + My_3; \\ x_1 + x_2 \leq 10 + My_4; y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 3$$

$$4. \quad 4x_1 + 5x_2 \leq 6 + y_1; x_1 + 5x_2 \leq 17 + y_2; 8x_1 + x_2 \leq 15 + y_3; \\ x_1 + x_2 \leq 10 + y_4; y_1 + y_2 + y_3 + y_4 = 1$$

۲- اگر X_k و X_m به ترتیب متغیرهای ۰ یا ۱ پروژه های k و m باشند، محدودیت $X_k + X_m \leq 0$ به کدام معنی است

اگر مقدار ۱ برای این متغیرها به معنی انتخاب شدن باشد؟

۱. پروژه k نمی تواند انتخاب شود مگر اینکه پروژه m انتخاب شده باشد.

۲. اگر پروژه m انتخاب شده باشد پروژه k نیز باید انتخاب شود.

۳. پروژه m نمی تواند انتخاب شود مگر اینکه پروژه k انتخاب شده باشد.

۴. هیچکدام.

۳- محدودیت $x_1 + 2x_2 \leq 0 \text{ or } 10 \text{ or } 18$ چگونه فرموله می شود؟

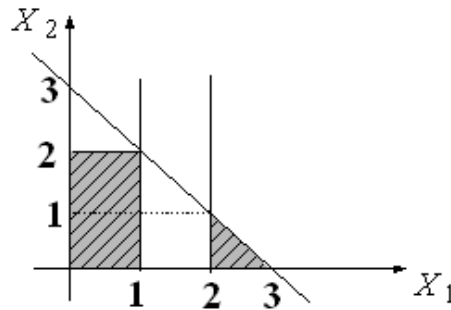
$$1. \quad x_1 + 2x_2 \leq 10y_1 + 18y_2; y_1 + y_2 \leq 1; y_1, y_2 = 0 \text{ or } 1$$

$$2. \quad x_1 + 2x_2 \leq 10y_1 + 18y_2; y_1 + y_2 = 1; y_1, y_2 = 0 \text{ or } 1$$

$$3. \quad x_1 + 2x_2 \leq 28y; y = 0 \text{ or } 1$$

$$4. \quad x_1 + 2x_2 \leq 10y_1 + 18y_2; y_1 + y_2 \leq 1$$

۴- کدام گزینه برای نمایش فضای شدنی زیر صحیح است؟



۱. $x_1 + x_2 + M(1-y) \leq 3; x_2 - My \geq 2; x_1 - My \leq 1; x_1 - M(1-y)x_2 \geq 2; y = 0 \text{ or } 1$

۲. $x_1 + x_2 + M(1-y) \leq 3; x_2 - My \geq 2; x_1 - My \geq 1; x_1 + M(1-y)x_2 \leq 2; y = 0 \text{ or } 1$

۳. $x_1 + x_2 - M(1-y) \leq 3; x_2 + My \leq 2; x_1 + My \leq 1; x_1 + M(1-y)x_2 \geq 2; y = 0 \text{ or } 1$

۴. $x_1 + x_2 - M(1-y) \leq 3; x_2 - My \leq 2; x_1 - My \leq 1; x_1 + M(1-y) \geq 2; y = 0 \text{ or } 1$

۵- در یک مدل، لازم است یکی از دو محدودیت $x_1 + 2x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 100$ یا $\frac{1}{2}x_1 + 3x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 100$ برقرار

باشد. نحوه فرموله کردن آن کدام است؟

($y = 0, 1$)

۱. $\frac{1}{2}x_1 + 3x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 100 + My$ ، $x_1 + 2x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 100 + My$

۲. $\frac{1}{2}x_1 + 3x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 100 + M(1-y)$ ، $x_1 + 2x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 100 + My$

۳. $\frac{1}{2}x_1 + 3x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 100 - My$ ، $x_1 + 2x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 100 + My$

۴. $\frac{1}{2}x_1 + 3x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 100 + M(1-y)$ ، $x_1 + 2x_2 + \frac{1}{3}x_3 \leq 100 + y$

۶- در یک مسئله بودجه بندی سرمایه، در صورتی که امکان اجرای پروژه ها با متغیرهای صفر یا یک نشان داده شوند و ۶ پروژه X_1 و X_2 و X_3 و X_4 و X_5 و X_6 مورد نظر باشند کدام محدودیت بیانگر این است که دقیقاً ۲ پروژه از پروژه های ۱ و ۳ و ۵ و ۶ باید انتخاب شوند؟

۱. $x_1 + x_3 + x_5 + x_6 \geq 2$

۲. $x_1 + x_3 - x_5 - x_6 = 2$

۳. $x_1 + x_3 + x_5 + x_6 = 2$

۴. $x_1 + x_3 + x_5 + x_6 \leq 2$

۷- نمودار نشان داده شده در ارتباط با مسئله برنامه ریزی عدد صحیح زیر است. همچنین استفاده از روش شاخه و کران به

شکل زیر منجر شده است. مقدار Z و x_1 در انشعاب انجام شده (مستطیل سمت چپ) کدام است؟

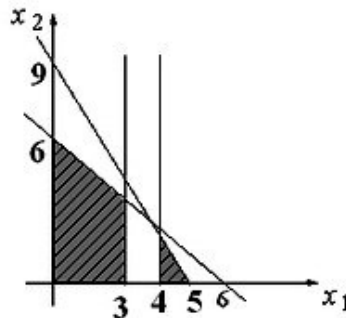
$$\text{Max } Z = 8x_1 + 5x_2$$

s.t.

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$9x_1 + 5x_2 \leq 45$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and integers}$$



$$Z = \frac{165}{4}$$

$$x_1 = \frac{15}{4}; x_2 = \frac{9}{4}$$

$$x_1 \geq 4$$

$$x_1 \leq 3$$

$$Z = ?$$

$$x_1 = ?; x_2 = \frac{9}{5}$$

۴. $x_1 = 4; Z = 41$

۳. $x_1 = 3; Z = 40$

۲. $x_1 = 3; Z = 42$

۱. $x_1 = 4; Z = 30$

۱۱- در مسئله زیر که منطقه موجه برنامه ریزی خطی آن به همراه جواب بهینه اش نشان داده شده است اگر مسئله با روش شاخه و کران حل شود اولین انشعاب کدام خواهد بود؟

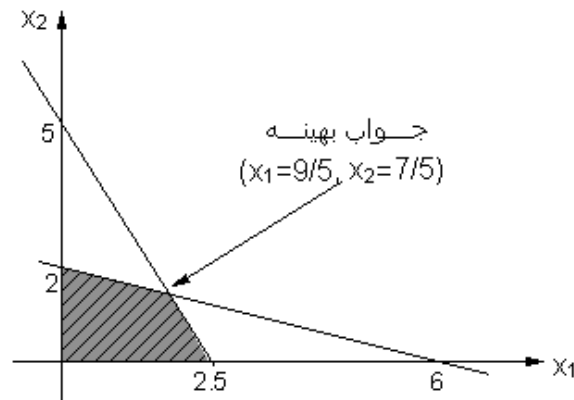
$$\text{Max } Z = 4x_1 + 2x_2$$

s.t.

$$2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and integers}$$



۱. $x_1 \leq 2; x_1 \geq 3$ ۲. $x_1 \leq 1; x_2 \geq 2$ ۳. $x_1 \geq 2; x_1 \leq 3$ ۴. $x_2 \leq 1; x_2 \geq 2$

۱۲- کدام عبارت در مورد روش صفحات برش برای یک مسئله برنامه ریزی عدد صحیح نادرست است؟

۱. در هر تکرار روش، نیاز به انجام روش سیمپلکس است.
۲. در هر تکرار روش، نیاز به انجام روش سیمپلکس دوگان (ثانویه) است.
۳. تعداد تکرارهای روش برای به دست آوردن جواب عدد صحیح نامشخص است.
۴. در هر تکرار روش، یک محدودیت به مسئله اضافه می شود که قسمتی از ناحیه غیر عدد صحیح را حذف می کند.

۱۳- در مدل برنامه ریزی عدد صحیح زیر محدودیت برش به صورت $\frac{4}{5}S_1 + \frac{3}{5}S_2 \geq \frac{2}{5}$ است. این محدودیت جدید به صورت کدام محدودیت در مسئله اصلی ظاهر می شود؟

$$\text{Max } Z = 4x_1 + 9x_2$$

s.t.

$$3x_1 + 7x_2 \leq 13$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 5$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and integers}$$

$$x_2 \geq 5.4 \quad .۲$$

$$x_1 \leq 13.3 \quad .۱$$

$$2x_1 + 5x_2 \geq 7 \quad .۴$$

$$3x_1 + 8x_2 \leq 13 \quad .۳$$

۱۴- نمایش ترسیمی یک مسئله برنامه ریزی عدد صحیح به صورت زیر است. معادله برش آن کدام است؟

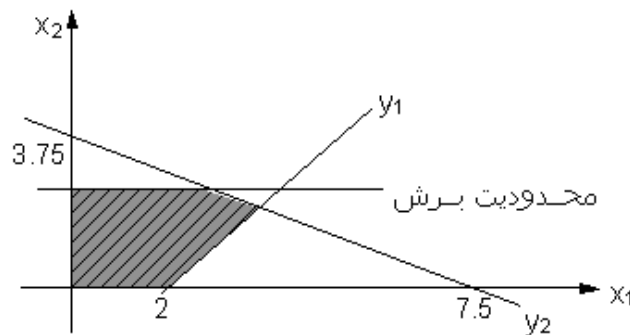
$$\text{Min } Z = x_1 - 3x_2$$

s.t.

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 15$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and integers}$$



$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{4}S_2 \geq \frac{3}{4} \quad .۲$$

$$x_1 + \frac{1}{4}S_2 \geq \frac{3}{2} \quad .۱$$

$$2x_1 + \frac{1}{4}S_2 \geq \frac{3}{4} \quad .۴$$

$$x_1 + S_2 \geq 3 \quad .۳$$

۱۵- در مسئله زیر با جدول بهینه نشان داده شده آن، کدام محدودیت بیانگر قوی ترین برش است؟

$$Max Z = -4x_1 + 5x_2$$

s.t.

$$-3x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$2x_1 + 4x_2 \leq 12$$

عدد صحیح و $x_1, x_2 \geq 0$

پایه	x1	x2	s1	s2	جواب
Z	0	0	13/9	1/6	32/3
x2	0	1	1/9	1/6	8/3
x1	1	0	-2/9	1/6	2/3

$$-\frac{7}{9}s_1 - \frac{1}{6}s_2 \leq -\frac{2}{3} \quad .۲$$

$$-\frac{1}{9}s_1 - \frac{1}{6}s_2 \leq -\frac{2}{3} \quad .۱$$

$$\frac{1}{9}s_1 + \frac{1}{6}s_2 \leq \frac{2}{3} \quad .۴$$

$$-\frac{2}{9}s_1 + \frac{1}{6}s_2 \geq \frac{2}{3} \quad .۳$$

۱۶- جدول بهینه یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح صرفنظر از صحیح بودن متغیرها به صورت جدول زیر است. معادله اولین برش کدام است؟

پایه	x1	x2	x3	s1	s2	جواب
Z	50/17	0	0	14/17	9/17	358/17
x2	1/17	1	0	3/17	-2/17	16/17
x3	23/17	0	1	1/17	5/17	62/17

$$-\frac{1}{17}x_1 - \frac{3}{17}s_1 - \frac{15}{17}s_2 \leq -\frac{16}{17} \quad .۲$$

$$-\frac{6}{17}x_1 + \frac{1}{17}s_1 - \frac{5}{17}s_2 \leq -\frac{11}{17} \quad .۱$$

$$\frac{1}{17}x_1 + \frac{3}{17}s_1 - \frac{2}{17}s_2 \leq \frac{16}{17} \quad .۴$$

$$-\frac{6}{17}x_1 - \frac{1}{17}s_1 - \frac{5}{17}s_2 \leq -\frac{11}{17} \quad .۳$$

۱۷- سه نوع کالا را می توان در یک کشتی حمل نمود. ظرفیت حمل کشتی ۷ واحد وزنی است. اگر وزن و سود هر واحد از این کالاها به صورت جدول زیر باشد، برای حل با استفاده از برنامه ریزی پویا، در مرحله دوم مسئله، حداکثر چند حالت (وضعیت) می تواند در نظر گرفته شود و متغیر تصمیم (اقدام) دارای چند مقدار می تواند باشد؟

کالا	وزن (واحد وزنی)	سود (واحد پولی)
۱	۴	۳۰
۲	۲	۱۸
۳	۱	۸

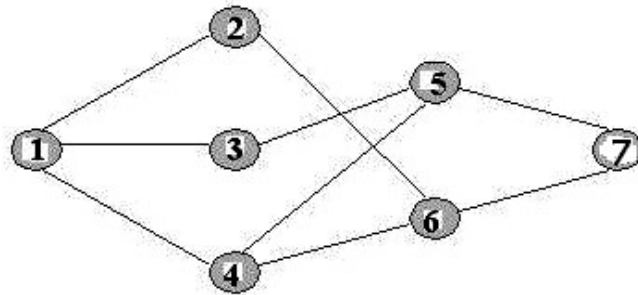
۵ و ۹ .۴

۲ و ۸ .۲

۴ و ۸ .۲

۸ و ۸ .۱

۱۸- با توجه به شکل زیر اگر هدف رسیدن از گره مبدا ۱ به گره مقصد ۷ باشد، حل مسئله با استفاده از روش حل برنامه ریزی پویا، چند مرحله خواهد داشت؟



۷ .۴

۵ .۲

۳ .۲

۲ .۱

۱۹- مطلوبیت تعیین احتمال از کار افتادن سیستمی متشکل از دو عضو متوالی که هر یک دارای قابلیت اطمینان نودونه درصد می باشند.

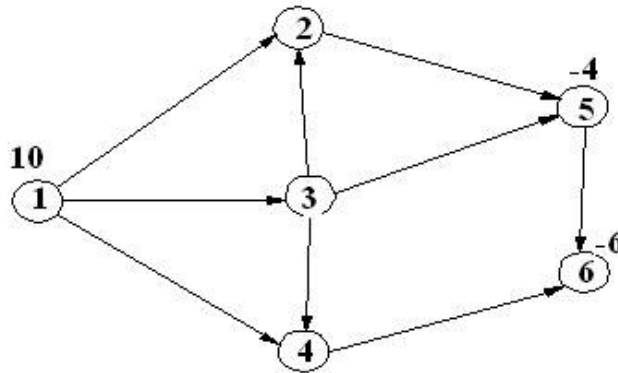
۰،۰۵ .۴

۰،۰۲ .۳

۰،۹۹ .۲

۰،۹۸ .۱

۲۰- محدودیت متناظر با گره ۳ در شبکه زیر کدام است؟



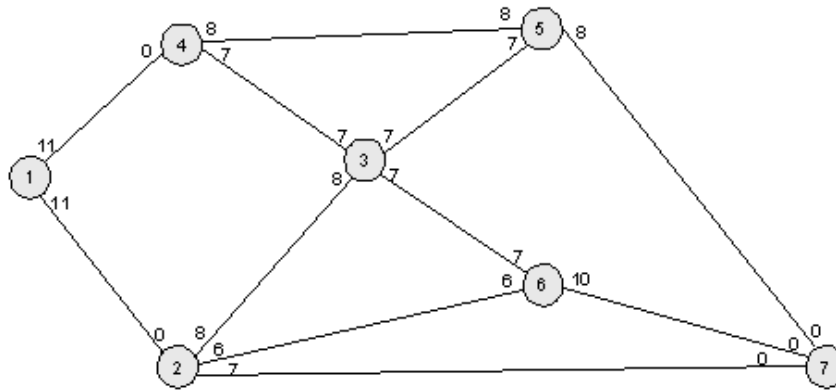
۲. $x_{13} + x_{32} + x_{34} - x_{35} = 0$

۱. $x_{13} - x_{32} - x_{34} - x_{35} = 0$

۴. $-x_{14} - x_{34} + x_{46} = 0$

۳. $-x_{12} - x_{32} + x_{25} = 0$

۲۱- حداکثر جریان انتقالی بین مراکز ۱ و ۷ در شبکه خطوط نفت رسانی زیر کدام است؟



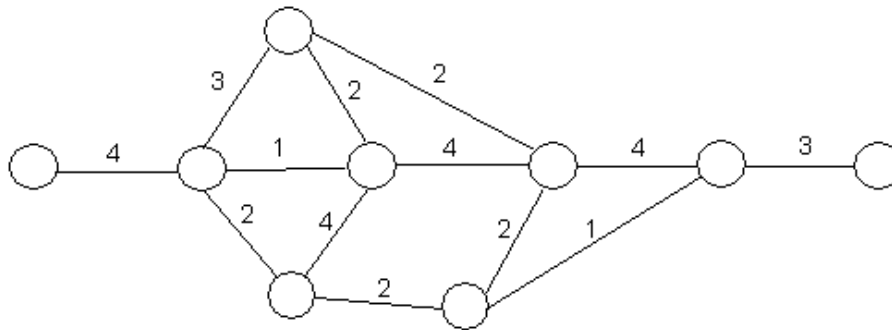
۴. ۲۹

۳. ۲۸

۲. ۲۲

۱. ۲۱

۲۲- در شبکه زیر حداقل درخت در برگیرنده (پوششی) کدام است؟



۱۷ .۴

۲۱ .۳

۱۶ .۲

۱۵ .۱

۲۳- در یک برنامه ریزی سلسله مراتبی (AHP)، یک ماتریس مقایسه زوجی گزینه ها به صورت زیر داده شده است.

عامل قیمت	گزینه ۱	گزینه ۲	گزینه ۳
گزینه ۱	۱		
گزینه ۲	۳	۱	
گزینه ۳	۴	۲	۱

درجه اهمیت گزینه ۳ با توجه به عامل قیمت چقدر است؟

۰.۵۵۷ .۴

۰.۳۲۰ .۳

۰.۰۶۶ .۲

۰.۱۲۳ .۱

۲۴- در یک کارواش با یک خدمت دهنده، اتومبیل ها بر اساس فرایند پواسان با میانگین سی ماشین در ساعت وارد می شوند.

مدت زمان لازم برای شستشوی هر اتومبیل نمایی با میانگین یک و نیم دقیقه است. میانگین تعداد اتومبیل هایی که در

صف منتظر هستند، چقدر است؟

۶.۰۰ .۴

۴.۵۰ .۳

۳.۰۰ .۲

۲.۲۵ .۱

۲۵- در تعمیرگاهی که دارای یک تعمیرکار است، ماشین ها طبق فرایند پواسون برای تعمیر (به طور متوسط هر روز ۲ ماشین) به

تعمیر گاه وارد می شوند. مدت زمان تعمیر نمایی با میانگین یک سوم روز فرض می شود.

ضریب بهره وری سیستم را محاسبه کنید.

۰.۳۳۳۳ .۴

۰.۶۶۶۶ .۳

۰.۸۳۳۳ .۲

۰.۱۶۶۶ .۱

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره - امکان تولید محصولی توسط چهار ماشین مختلف وجود دارد. هر ماشین دارای ظرفیت تولید، هزینه ثابت راه اندازی و هزینه متغیر تولید در هر دور تولید است که در جدول زیر ارائه شده است:

ماشین	هزینه راه اندازی	هزینه متغیر هر واحد تولید	ظرفیت تولید
۱	۵۰۰	۱۰	۹۰۰
۲	۴۶۰	۱۲	۱۰۰۰
۳	۴۰۰	۸	۶۰۰
۴	۳۵۰	۱۴	۸۰۰

در صورتی که حداقل مقدار تولید در این دور تولیدی، دو هزار واحد باشد، می خواهیم بدانیم از کدام ماشین ها و به چه میزان باید تولید کرد تا کل هزینه ها حداقل شود. این مساله را به شکل یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح (مدل برنامه ریزی مختلط با بهره گیری از متغیرهای صفر و یک) فرموله کنید.

۲- جدول بهینه برنامه ریزی خطی مدل برنامه ریزی عدد صحیح زیر به صورت زیر است. با استفاده از روش صفحات برش، مساله را حل کنید.

$$Max Z = 6x_1 + 8x_2$$

s.t.

$$5x_1 + 2x_2 \leq 20$$

$$x_1 + 2x_2 \leq 10$$

$$x_1, x_2 \geq 0 \text{ and integers}$$

پایه	x1	x2	s1	s2	جواب
Z	0	0	1/2	7/2	45
x1	1	0	1/4	-1/4	5/2
x2	0	1	-1/8	5/8	15/4

۳- در یک پروژه فضائی، تحقیقاتی به منظور حل یک مساله فنی در جریان است. در حال حاضر، سه گروه تحقیقاتی ۱.۴۰ نمره بر روی این مساله کار می کنند. احتمال اینکه این گروه ها، که آنها را ۱ و ۲ و ۳ می نامیم، موفق به پیدا کردن جواب نشوند به ترتیب ۰.۴، ۰.۶ و ۰.۸ برآورد شده است. بنابراین، احتمال اینکه همه گروه ها شکست بخورند $(0.8)(0.6)(0.4)$ یا ۰.۱۹۲ خواهد بود.

تعداد دانشمند جدید	احتمال شکست گروه		
	گروه		
	۱	۲	۳
۰	۰.۴۰	۰.۶۰	۰.۸۰
۱	۰.۲۰	۰.۴۰	۰.۵۰
۲	۰.۱۵	۰.۲۰	۰.۳۰

از آنجا که هدف، حداقل کردن این احتمال است، لذا تصمیم گرفته شده است که دو دانشمند دیگر به این گروه ها اضافه شوند تا احتمال شکست حتی المقدور کاهش یابد. احتمال شکست این گروه ها، با فرض اینکه یک و یا دو دانشمند جدید به آنها ملحق شود، در جدول نشان داده شده است. با استفاده از روش برنامه ریزی پویا تعیین کنید که این دو دانشمند به کدام گروه (ها) ملحق گردند تا احتمال شکست همه گروه ها به حداقل برسد.

۴- یک ماتریس مقایسه زوجی در روش AHP برای عاملی داده شده است: ۱.۴۰ نمره

۶	۴	۲	۱
۷	۵	۱	
	۱		
۱	۴		

نسبت سازگاری را محاسبه نمایید. $(RI = 0.9)$

۵- در یک کارگاه فتوکپی، کار تعمیراتی توسط یک تعمیرکار انجام می شود. زمان تعمیر، شامل زمان رفت و آمد، دارای توزیع نمایی با میانگین دو ساعت در هر بار است. تقاضای تعمیر در روز کاری هشت ساعته، سه بار در روز است (با فرض داشتن فرایند پواسان). موارد زیر را محاسبه کنید:
الف) میانگین زمان اوقاتی در روز که تعمیرکار بیکار است و برای تعمیر خوانده نمی شود.
ب) احتمال اینکه دو یا تعداد بیشتری از مشتریان در صف منتظر تعمیر نشسته باشند. ۱.۴۰ نمره