

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی منطق و نظریه مجموعه ها، منطق، منطق ریاضی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۷ - علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۰ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۳ - علوم کامپیوتر ۱۱۱۵۱۷۳ (چندبخشی)

۱- کدام یک از عبارتهای زیر (با رعایت قوانین حذف پرانتز) یک ف.د.س نیست؟

۱. $A_1 \wedge A_2 \rightarrow A_1$ ۲. $A_1 \rightarrow \neg A_2 \vee A_3$ ۳. $A_2 \vee \neg A_3 \wedge A_1$ ۴. $A_2 \rightarrow \neg A_1 \neg A_3$

۲- اگر تعداد موضع هایی که رابط های دوتایی ($\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$) در ف.د.س α ظاهر می شوند برابر ۹ باشد، در این صورت تعداد موضع هایی که نمادهای جمله ای در آن ظاهر می شوند برابر با کدام گزینه است؟

۱. ۸ ۲. ۹ ۳. ۱۰ ۴. ۱۱

۳- کدام گزینه درست است؟

۱. هر عبارتی که تعداد پرانتزهای چپ و راست آن برابر باشد ف.د.س است.

۲. هیچ ف.د.س با طول ۸ وجود ندارد.

۳. مجموعه ف.د.س ها زیر مجموعه هر مجموعه استقرایی است.

۴. ف.د.س ها از نمادهای جمله ای به وسیله پنج عمل فرمول ساز پدید می آیند ولی نه به طور آزاد.

۴- اگر U مجموعه اعداد حقیقی و C مجموعه پدید آمده از $B = \{0\}$ توسط توابع $s(x) = x+1$ و $p(x) = x-1$ باشد آنگاه

۱. $C = N$ و به طور آزاد پدید آمده است.

۲. $C = Z$ و به طور آزاد پدید آمده است.

۳. $C = N$ ولی به طور آزاد پدید نیامده است.

۴. $C = Z$ ولی به طور آزاد پدید نیامده است.

۵- کدام یک از ارزشدهی های زیر ف.د.س $((C \vee (B \rightarrow A)) \rightarrow (A \wedge \neg B))$ را ارضا می کند؟

۱. $v(B) = v(A) = v(C) = T$ ۲. $v(A) = v(C) = T, v(B) = F$

۳. $v(B) = T, v(A) = v(C) = F$ ۴. $v(A) = T, v(B) = v(C) = F$

۶- کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. اگر $\Sigma \models \alpha \vee \beta$ ، آنگاه $\Sigma \models \alpha$ یا $\Sigma \models \beta$

۲. $\Sigma \models \beta \rightarrow \alpha$ اگر و تنها اگر $\Sigma; \alpha \models \beta$

۳. $\Sigma; \alpha \models \beta$ اگر و تنها اگر $\Sigma \models (\alpha \rightarrow \beta)$

۴. $\Sigma; \beta \models \alpha$ اگر و تنها اگر $\Sigma; \alpha \models \beta$

۷- کدام یک از مجموعه های زیر تمام است؟

۱. $\{\wedge, \leftrightarrow\}$ ۲. $\{\neg, \rightarrow\}$ ۳. $\{\neg, \leftrightarrow\}$ ۴. $\{\rightarrow, \wedge\}$

۸- در ف.د.س $(A \wedge (B \vee C)) \vee (B \wedge C)$ چند دستگاه به کار رفته و ف د س دارای چند تاخیر آن است؟

۱. ۴ دستگاه و ۳ تاخیر ۲. ۳ دستگاه و ۴ تاخیر ۳. ۴ دستگاه و ۵ تاخیر ۴. ۴ دستگاه و ۴ تاخیر

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی منطق و نظریه مجموعه ها، منطق، منطق ریاضی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۷ - علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۰ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۳ - علوم کامپیوتر،

علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۵۱۷۳

۹- اگر Σ یک مجموعه از ف.د.س ها باشد، کدام گزینه درست است؟

۱. اگر Σ ارضاشونده متناهی باشد، آنگاه دست کم یکی از مجموعه های $\Sigma; \alpha$ و $\Sigma; \neg\alpha$ نیز چنین است.

۲. اگر زیرمجموعه ای متناهی از Σ مانند Σ_0 ارضاشدنی باشد، آنگاه Σ نیز ارضا شدنی است.

۳. $\Sigma = \tau$ اگر و تنها اگر $\Sigma; \tau$ ارضا شونده باشد.

۴. اگر $\Sigma = \tau$ ، آنگاه برای هر زیرمجموعه متناهی از Σ مانند Σ_0 ، $\Sigma_0 = \tau$.

۱۰- کدام یک از مجموعه های زیر شماره پذیر کار آمد است ولی لزوماً تصمیم پذیر نیست؟

۱. مجموعه نتایج توتولوژیک یک مجموعه متناهی

۲. مجموعه تمام توتولوژی ها

۳. مجموعه نتایج توتولوژیک یک مجموعه تصمیم پذیر

۴. اگر مجموعه و متمم آن شماره پذیر کار آمد باشند

۱۱- کدام یک از گزینه های زیر یک ترم در زبان نظریه اعداد نیست؟

۱. $\vdash_2 S0$ ۲. $< S0SS0$ ۳. $SSS0$ ۴. $E\vdash_1 SSO$

۱۲- $\exists x(Ax \wedge Bx)$ کوتاه نوشت کدام گزینه زیر است؟

۱. $(\neg \forall x(\neg(\neg(Ax \rightarrow (\neg Bx))))))$

۲. $(\neg \forall x(\neg(Ax) \rightarrow (\neg Bx)))$

۳. $(\forall x(\neg(\neg(Ax \rightarrow Bx))))$

۴. $(\neg \forall x(\neg(\neg(Ax) \rightarrow Bx)))$

۱۳- کدام گزینه درست است؟

۱. $Q\vdash_1 \vdash \forall \vdash_1 Q\vdash_1$ ۲. $\forall y \exists x Pxy \models \exists x \forall y Pxy$ ۳. $\models \exists x(Qx \rightarrow \forall x Qx)$ ۴. $\exists \vdash_2 Q\vdash_2 \models \forall \vdash_1 Q\vdash_1$

۱۴- کدام گزینه رابطه ترتیبی $\{(m, n) : m < n\}$ را در مجموعه اعداد طبیعی تعریف می کند؟

۱. $\exists x x + Sy \approx z$ ۲. $\exists y x + Sz \approx y$ ۳. $\forall z x + Sz \approx y$ ۴. $\exists z x + Sz \approx y$

۱۵- کدام گزینه درست است؟

۱. یک همربختی روابط تعریف پذیر را حفظ می کند.

۲. به ازای مجموعه $\Sigma; \tau$ از جمله ها داریم $\Sigma \models \tau$ هرگاه وجود داشته باشد مدلی از Σ که مدل τ نیز باشد.

۳. $\{\forall x(\alpha \rightarrow \beta), \forall x\beta\} \models \forall x\alpha$

۴. اگر x در α آزاد نباشد، آنگاه $\alpha \models \forall x\alpha$.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: ۲۰ تستی: ۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی منطق و نظریه مجموعه ها، منطق، منطق ریاضی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۷، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۰، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۳، علوم کامپیوتر،

علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۵۱۷۳

۱۶- K را تابعی قرار دهید که روی مجموعه شامل نمادهای ثابت، متغیرها و نمادهای تابعی به گونه ای تعریف شده است که برای هر نماد s از این مجموعه داریم $K(s) = 1 - n$ ، که در آن n تعداد نمادهایی است که برای به دست آوردن یک ترم باید به دنبال s بیاید. در این صورت کدام گزینه درست نیست؟

۱. به ازای هر متغیر x ، $K(x) = 1$ ۲. به ازای هر نماد ثابت c ، $K(c) = 1$

۳. به ازای هر نماد تابعی n -موضعی f ، $K(f) = 0$ ۴. به ازای هر ترم t ، $K(t) = 1$

۱۷- با توجه به تعریف جایگزینی ترم t به جای متغیر x در فرمول α کدام گزینه درست نیست؟

۱. در فرمول بسیط α ، ترم t همیشه به جای متغیر x جایگزین شدنی است.

۲. $(\forall y \alpha)_t^x = \forall y (\alpha_t^x)$

۳. $(Qx \rightarrow \forall x Px)_y^x = (Qy \rightarrow \forall x Px)$

۴. $(\neg \forall y x \approx y)_z^x = \neg \forall y z \approx y$

۱۸- کدام گزینه بیانگر "عکس نقیض" است؟

۱. اگر $\Gamma; \varphi$ سازگار باشد، آنگاه $\Gamma; \neg \varphi$.

۲. اگر $\Gamma; \gamma \rightarrow \varphi$ آنگاه $\Gamma; \neg(\gamma \rightarrow \varphi)$.

۳. اگر $\Gamma; \varphi \rightarrow \neg \psi$ آنگاه $\Gamma; \psi \rightarrow \neg \varphi$.

۴. اگر $\Gamma; \neg \psi \rightarrow \varphi$ آنگاه $\Gamma; \neg \varphi \rightarrow \psi$.

۱۹- اگر $\Gamma \vdash \varphi^c$ ، که در آن نماد ثابت c در Γ یا در φ ظاهر نشده است. آنگاه

۱. $\Gamma \vdash \forall x \varphi$ ۲. $\Gamma \vdash \neg \exists x \varphi$ ۳. $\Gamma \vdash \exists x \neg \varphi$ ۴. $\Gamma \vdash \forall x \neg \varphi$

۲۰- کدام گزینه قضیه تمامیت گودل می باشد؟

۱. اگر $\Gamma \vdash \varphi$ آنگاه $\Gamma \models \varphi$.

۲. اگر Γ ارضا شدنی باشد، آنگاه Γ سازگار است.

۳. هر مجموعه سازگار از فرمولها ارضا شدنی است.

۴. هر اصل موضوع منطقی معتبر است.

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید α و β ف.د.س هایی باشند که نمادهای جمله ای آنها از میان A_1, \dots, A_n انتخاب شده باشند. ۱.۴۰ نمره

همچنین B_α و B_β را به ترتیب توابع بولی متناظر با α و β قرار دهید. نشان دهید:

$$B_\alpha(\vec{X}) \leq B_\beta(\vec{X}) \quad \vec{X} \in \{T, F\}^n \text{ داشته باشیم}$$

۲- قضیه فشردگی را بیان و اثبات کنید. ۱.۴۰ نمره

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: مبانی منطق و نظریه مجموعه ها، منطق، منطق ریاضی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۷ - علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۰ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۳ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۵۱۷۳

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید که هیچ یک از جمله های زیر منطقا از دو جمله دیگر نتیجه نمی شود.

الف. $\forall x \forall y \forall z (Pxy \rightarrow Pyz \rightarrow Pxz)$

ب. $\forall x \forall y (Pxy \rightarrow Pyx \rightarrow x \approx y)$

پ. $\forall x \exists y Pxy \rightarrow \exists y \forall x Pxy$

۱.۴۰ نمره

۴- نشان دهید اگر $\Gamma \vdash \phi$ و x در هیچ فرمولی در Γ آزاد نباشد، آنگاه $\Gamma \vdash \forall x \phi$.

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید Γ یک مجموعه تصمیم پذیر از فرمولها در یک زبان معقول باشد، و همچنین فرض کنید به ازای هر جمله σ یا $\Gamma \models \sigma$ یا $\Gamma \models \neg \sigma$. نشان دهید که مجموعه جمله های منتج از Γ تصمیم پذیر است.