

تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱- اگر $X = (-1, 2) \cup [3, 4]$ زیر فضای متریک معمولی اعداد حقیقی باشد، آنگاه کدام یک از مجموعه‌های زیر در X بسته است؟

۱. $[-1]$ ۲. $(-1, 0]$ ۳. $[0, 2)$ ۴. $(-1, 2)$

۲- اگر $f: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ تابعی پیوسته باشد، آنگاه در مورد مجموعه $\{x: f(x) = 0\}$ کدام گزینه درست است؟

۱. هم باز است و هم بسته.
۲. فشرده است.
۳. همبند است.
۴. باز است.

۳- کدام گزینه درست نمی باشد؟

۱. $(\forall \varepsilon > 0: x^2 < \varepsilon) \Rightarrow x = 0$
۲. $(\forall \varepsilon > 0: x < \varepsilon) \Rightarrow x = 0$
۳. $(\forall \varepsilon > 0: \exists x < \varepsilon) \Rightarrow x = 0$
۴. $(\forall \varepsilon > 0: \sqrt{x} < \varepsilon) \Rightarrow x = 0$

۴- کدام گزینه در مورد اعداد مختلط درست نمی باشد؟

۱. $\operatorname{Re} z = \frac{z + \bar{z}}{2}$
۲. $\operatorname{Im} z = \frac{z - \bar{z}}{2i}$
۳. $\operatorname{Re}(z_1 z_2) = \operatorname{Re} z_1 \operatorname{Re} z_2 - \operatorname{Im} z_1 \operatorname{Im} z_2$
۴. $\operatorname{Im}(z_1 z_2) = \operatorname{Re} z_1 \operatorname{Im} z_2 + \operatorname{Re} z_2 \operatorname{Im} z_1$

۵- کدام گزینه در مورد مجموعه اعداد حقیقی، وجود دارد؟

۱. بزرگترین عدد گویای منفی.
۲. بزرگترین عدد صحیح کوچکتر از $\sqrt{2}$.
۳. کوچکترین عدد گویای مثبت.
۴. کوچکترین عدد صحیح کوچکتر از $\sqrt{2}$.

۶- اگر $a_n = (-1)^n \left(2 + \frac{1}{n} \cos \frac{n\pi}{4} \right)$ حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ کدام است؟

۱. صفر ۲. ۲ ۳. ۴ ۴. ∞

۷- دنباله نامنتهی $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ در \mathbb{R} همگراست هرگاه:

۱. $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ دنباله ای نزولی باشد.
۲. $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ زیر دنباله ای همگرا داشته باشد.
۳. $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ دنباله ای صعودی باشد.
۴. $\{x_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ دنباله ای کراندار باشد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۸، آمار ۱۱۱۱۰۸۷، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۸- حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ کدام است؟

۱. e ۲. $-e$ ۳. $\frac{1}{e}$ ۴. $-\frac{1}{e}$

۹- مقدار سری $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^{2n} + 3^n}{5^n}$ کدام است؟

۱. $\frac{25}{6}$ ۲. $\frac{15}{2}$ ۳. $\frac{27}{5}$ ۴. $\frac{27}{2}$

۱۰- فرض کنید بازای هر n ، $a_n > 0$. اگر $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱. $\sum_{i=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ همگراست. ۲. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{a_n}$ همگراست.

۳. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{a_n}}{1+a_n}$ همگراست. ۴. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \sqrt{a_n}}$ همگراست.

۱۱- فرض کنید $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ و $\{b_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ دو دنباله حقیقی نامنفی اند بطوری که $a_n < b_n$ برای هر n و $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| < \infty$. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ با توجه به آزمون مقایسه، سری همگراست ولی ممکن است سری $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ واگرا باشد.

۲. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ با توجه به آزمون مقایسه، سری همگراست.

۳. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ممکن است سری واگرا باشد.

۴. هیچکدام

۱۲- فضای متریک (N, d) با متریک $d(m, n) = \left| \frac{1}{m} - \frac{1}{n} \right|$ را در نظر بگیرید. گوی باز به مرکز ۱ و شعاع $\frac{1}{2}$ در این فضا شامل کدام است؟

۱. $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$ ۲. $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ ۳. $\{1, 2\}$ ۴. $\{1\}$

سری سوال: ۱-یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱۳- کدام مجموعه در R فشرده است؟

۱. $(0,1)$ ۲. $(0,+\infty)$ ۳. $(1,2) \cup (3,4)$ ۴. $\bigcup_{k=1}^n [-k,k]$

۱۴- کدام گزینه درست است؟

۱. اشتراک هر دسته از مجموعه های باز، باز است.
۲. اجتماع هر دسته متناهی از مجموعه های باز الزاماً باز نیست.
۳. اشتراک هر دسته از مجموعه های بسته، بسته است.
۴. اجتماع هر دسته متناهی از مجموعه های بسته، باز است.

۱۵- در فضای متریک معمولی اعداد حقیقی، کدام مجموعه همبند و کامل است؟

۱. $(0,1)$ ۲. $[1,2)$ ۳. $(1,+\infty)$ ۴. $f(3,4)$ که f تابعی پیوسته بر R است.

۱۶- در کدام گزینه تابع بر مجموعه داده شده، پیوسته یکتاواخت است؟

۱. R بر $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ۲. $[0,+\infty)$ بر $f(x) = x^2$ ۳. R بر $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ ۴. R بر $f(x) = x \sin x$

۱۷- فرض کنید $f: A \subset R^2 \rightarrow R^2$ پیوسته و یک به یک و پوشا و A فشرده باشد، کدام گزینه درست است؟

۱. $f(A)$ همبند است. ۲. $f^{-1}(B)$ همبند است. ۳. $f^{-1}: B \rightarrow A$ یونانیست. ۴. $f^{-1}: B \rightarrow A$ پیوسته است.

۱۸- کدام گزینه درست است؟

۱. هر دنباله ی عددی دارای یک زیر دنباله ی همگراست
۲. هر دنباله ی گران داز، همگراست
۳. هر زیر مجموعه ی بسته و کراندار در اعداد حقیقی، فشرده است
۴. تصویر هر مجموعه ی بسته تحت یک نگاشت پیوسته، یک مجموعه ی بسته است.

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱۹- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & , x \in Q(x = \frac{m}{n}, (m, n) = 1) \\ 0 & , x \notin Q \end{cases}$ ، آنگاه مقدار $f(0)$ کدام است؟

- ۱) ۰ ۲) ۰ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ∞

۲۰- فرض کنید تابع حقیقی f بر $(0,1)$ مشتق پذیر باشد و قرار دهیم: $a_n = f(\frac{1}{n})$. شرط کافی برای همگرایی $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ کدام است؟

- ۱) f' بر $(0,1)$ کراندار باشد. ۲) f' بر $(0,1)$ مخالف صفر باشد.
۳) f' بر $(0,1)$ منفی باشد. ۴) f' بر $(0,1)$ مثبت باشد.

سوالات تشریحی

نمره ۱،۴۰

۱- فرض کنید $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ دنباله ای از اعداد حقیقی باشد بطوریکه

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow -\infty} a_n = a \in \mathbb{R}$$

ثابت کنید:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = a$$

نمره ۱،۴۰

۲- اگر دنباله مولد سری نامنتفی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ نزولی باشد، آنگاه ثابت کنید شرط لازم برای آنکه سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد

آن است که:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n a_n = 0$$

نمره ۱،۴۰

۳- فرض کنید (M, d) یک فضای متریک کامل و X یک زیر فضای M باشد. ثابت کنید X ، کامل است اگر و تنها اگر X در M بسته باشد.

نمره ۱،۴۰

۴- فرض کنید f تابع از X به Y پیوسته باشد، اگر $E \subseteq X$ همبند باشد، ثابت کنید $f(E)$ همبند است.

نمره ۱،۴۰

۵- $a_0 + \frac{a_1}{2} + \dots + \frac{a_{n-1}}{n} + \frac{a_n}{n+1} = 0$ ، باشد، نشان دهید که معادله

$$a_0 + a_1 x + \dots + a_{n-1} x^{n-1} + a_n x^n = 0$$

حداقل یک ریشه بین صفر و یک دارد.