

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۴۳۵ -

۱- کدام یک از ماتریس های زیر به فرم پلکانی تحویل یافته نیست؟

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

۲- فرض کنید A و B و $A+B$ ماتریس های مربعی وارون پذیر باشند، آنگاه کدام یک از ماتریس های زیر وارون پذیر است؟

$$A^{-1} + B^{-1} \quad A - B^{-1} \quad A + B^{-1} \quad A - B$$

۳- کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. اگر A معکوس نداشته باشد آنگاه A^t معکوس دارد.

۲. تمام ماتریس های متقارن حقیقی، هرمیتی هستند.

۳. اگر A یک ماتریس باشد به طوری که $AA^t = 0$ آنگاه $A = 0$.

۴. یک ماتریس با یک سطر صفر یا یک ستون صفر معکوس ندارد.

۴- اگر $A \in R^{n \times n}$ و $A^5 = I$ آنگاه:

$$\det(A) = 5 \quad \det(A) = 1 \quad A \text{ خود توان است} \quad A \text{ پوچ توان است}$$

۵- با توجه به معادله $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ -1 & x-2 \end{vmatrix} = 7$ مقدار x برابر است با:

$$3, 2 \quad -3, 2 \quad -3, -2 \quad 3, -2$$

۶- ماتریس مربعی A را منفرد گویند اگر:

$$|A| = 0 \quad |A| \neq 1 \quad |A| = 1 \quad |A| > 0$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۴۳۵

۷- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ آنگاه ماتریس الحاقی A کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} -3 & -1 & 7 \\ 8 & 5 & -14 \\ 6 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} -3 & 8 & 6 \\ -1 & 5 & 2 \\ 7 & -14 & -7 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} -3 & 7 & -1 \\ 8 & -14 & 5 \\ 6 & -7 & 2 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} -3 & 8 & 6 \\ 7 & -14 & -7 \\ -1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

۸- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر A ماتریس مربعی متقارن باشد آنگاه $adj(A)$ پاد متقارن است.

۲. اگر A ماتریسی معکوس پذیر و بالا مثلثی باشد آنگاه A^{-1} نیز بالا مثلثی است.

۳. اگر A یک ماتریس مثلثی معکوس پذیر باشد آنگاه تمام درایه های قطرش صفرند.

۴. اگر $A^t = A^{-1}$ آنگاه $|A| = 0$.

۹- زاویه بین بردارهای $u = (1, 0, 0)$ و $v = (1, 0, 1)$ برابر است با:

۱. ۶۰ ۲. ۳۰ ۳. ۹۰ ۴. ۴۵

۱۰- مجموعه زوج های مرتب از اعداد حقیقی در R^2 همراه با جمع مولفه ای با کدام یک از ضرب های اسکالر زیر، یک فضای برداری تشکیل می دهد؟

۱. $c(x, y) = (2cx, 2cy)$ ۲. $c(x, y) = (c^2x, c^2y)$

۳. $c(x, y) = (cx, y)$ ۴. $c(x, y) = (c(x-1) + c, cy)$

۱۱- اگر بردار $(\lambda, 3, 15)$ به صورت ترکیب خطی از دو بردار $(1, 2, 3)$ و $(3, -1, 2)$ نوشته شود. در این صورت λ برابر است با:

۱. ۱۰ ۲. ۱۱ ۳. ۱۲ ۴. ۱۳

۱۲- رتبه ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۴

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مابانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۴۳۵

۱۳- کدام گزینه تصویر بردار $v = (6, 7)$ را روی بردار $u = (1, 4)$ نشان می دهد؟

۱. $(1, 6)$ ۲. $(2, 8)$ ۳. $(3, 9)$ ۴. $(2, 6)$

۱۴- اگر A یک ماتریس متعامد باشد، کدام مورد نادرست است؟

۱. A^{-1} یک ماتریس متعامد است.
۲. $|A| = \pm 1$
۳. بردارهای سطری A تشکیل یک مجموعه یکه متعامد نمی دهند.
۴. $A^{-1} = A^t$ وارون پذیر است که در آن

۱۵- اگر A ماتریسی با چند جمله ای مشخصه $f(x) = x^5 + x^2 - 3$ باشد آنگاه دترمینان A کدام است؟

۱. -3 ۲. -1 ۳. 1 ۴. 3

۱۶- شرط لازم و کافی برای آنکه صفر مقدار ویژه ماتریس A نباشد آن است که:

۱. A معکوس پذیر باشد.
۲. A پوچ توان باشد.
۳. A خود توان باشد.
۴. A معکوس ناپذیر باشد.

۱۷- بردار ویژه نظیر کوچکترین مقدار ویژه ماتریس $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۱. $(1, -1)$ ۲. $(1, 1)$ ۳. $(1, 2)$ ۴. $(2, 1)$

۱۸- تبدیل خطی $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ به صورت $T(x, y, z) = (x - 2y + 3z, y, 2z)$ تعریف شده است. در این صورت نمایش ماتریسی آن نسبت به پایه استاندارد کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

۱۹- اگر تبدیل خطی $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ با ضابطه $T(x, y) = (x - y, 3y + 2x)$ باشد. در این صورت اثر ماتریس T کدام است؟

۱. -6 ۲. 1 ۳. 4 ۴. 6

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مابانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۴۳۵

۲۰- اگر بردارهای $u = (2+3i, -1+5i)$ و $v = (1+i, -i)$ در C^2 باشند، در این صورت $d(u, v)$ کدام است؟

۱. $\sqrt{40}$ ۲. $\sqrt{41}$ ۳. $\sqrt{42}$ ۴. $\sqrt{43}$

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید که اگر ماتریس مربعی A معکوس پذیر نباشد، آنگاه $A(adj(A))$ ماتریس صفر است. ۱.۴۰نمره

۲- یک پایه یکه متعامد برای زیرفضای R^4 که به وسیله $(1, 2, 3, -1)$ ، $(2, 0, -1, 1)$ و $(3, 2, 0, 1)$ تولید می شود، بسازید. ۱.۴۰نمره

۳- چند جمله ای مشخصه، مقادیر ویژه و فضاهای ویژه متناظر با ماتریس زیر را به دست آورید. ۱.۴۰نمره

$$\begin{bmatrix} 5 & -7 & 7 \\ 4 & -3 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

۴- بردار مختصاتی $(-1, 8)$ نسبت به پایه $\{(1, 3), (-1, 4)\}$ را پیدا کنید. ۱.۴۰نمره

۵- ضرب داخلی، نرم و فاصله بین توابع $f(x) = 3x - 1$ و $g(x) = 5x + 3$ را در فضای ضرب داخلی P_2 با ضرب داخلی ۱.۴۰نمره

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

به دست آورید.