

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲
روش تعلیمی/آد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۱ - آمار ۰۸۸۱۱۱۰۴۱

-۱ اگر f تابع کراندار و α تابع صعودی روی $[a,b]$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

$$\int_a^b f dx \quad \int_a^b f dx \quad \text{همواره موجودند.}$$

$$\forall \epsilon > 0 \quad \exists q \in p[a,b] \quad ; \quad L(p,f,\alpha) - \epsilon > \int_a^b f dx \quad \text{۱}$$

$$L(p \cup q, f, \alpha) \leq L(p, f, \alpha) \quad \text{آنگاه } p, q \in p[a,b] \quad \text{اگر} \quad \text{۲}$$

$$U(p, f, \alpha) \leq L(q, f, \alpha) \quad \text{آنگاه } p \subseteq q \quad ; \quad p, q \in p[a,b] \quad \text{اگر} \quad \text{۳}$$

-۲ اگر f یک تابع کراندار باشد، آنگاه

$$|f| \in R \quad \text{آنگاه } f \in R \quad \text{اگر} \quad \text{۱}$$

$$f \in R \quad \text{آنگاه } f^2 \in R \quad \text{اگر} \quad \text{۱}$$

$$f \notin R \quad f^5 \in R \quad \text{ممکن است} \quad \text{ولی} \quad \text{۲}$$

$$f \in R \quad \text{آنگاه } |f| \in R \quad \text{اگر} \quad \text{۲}$$

-۳ فرض کنید توابع f و g روی $[0,1]$ به صورت زیر تعریف شده باشند

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n}, (m,n)=1 \\ 0 & x \notin Q \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x \leq 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

در این صورت کدام گزینه زیر درست است؟

$$f \notin R \quad \text{۱}$$

$$gof \in R \quad \text{۲}$$

$$g \notin R \quad \text{۳}$$

$$gof \notin R \quad \text{۴}$$

-۴ اگر f یک تابع پیوسته باشد، آنگاه حاصل $\int_a^b f(x) d[x]$ کدام است؟

$$\sum_{k=2}^{n-1} f(k) \quad \text{۱}$$

$$\sum_{k=1}^{n-1} f(k) \quad \text{۲}$$

$$\sum_{k=2}^n f(k) \quad \text{۳}$$

$$\sum_{k=1}^n f(k) \quad \text{۴}$$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

روش تحصیلی/آد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۱ - آمار ۱۱۱۱۰۸۸

سری سوال: ۱ یک

$$\int_a^b f dx = \int_a^b g dx \quad \text{فرض کنید} \quad \text{کدام گزینه درست است؟}$$

۱. اگر $f = g$ بیوته باشد آنگاه

۲. اگر $f = g$ کراندار باشد آنگاه

۳. اگر $f = g$ بیوته باشد آنگاه $a \leq c \leq b$ وجود دارد که

۴. اگر $f = g$ با تغییر کراندار باشد آنگاه

$$f(x) = \begin{cases} 4 & x \in Q \\ 3-x & x \notin Q \end{cases} \quad \text{فرض کنید} \quad \text{کدام گزینه درست است؟}$$

$$\int_0^2 f(x) dx = 8 \quad ۱ \quad \int_0^2 f(x) dx = 4 \quad ۲ \quad \int_0^2 f(x) dx = 9 \quad ۳ \quad f \in R \quad ۴$$

۷. کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

$$\int_1^\infty \frac{\sin t}{t} dt = 1 \quad ۱ \quad \int_1^\infty \frac{\sin x}{1+x^2} dx \quad ۲ \quad \text{به طور مطلق همگراست.}$$

$$\int_1^\infty \frac{\sin x}{x} dx \quad ۳ \quad \int_1^\infty \frac{\sin x}{x} dx \quad ۴ \quad \text{به طور مطلق همگراست.} \quad \text{وجود ندارد.}$$

$$\int_1^\infty \sin(x^\alpha) dx \quad ۱ \quad \text{در چه صورتی همگراست؟} \quad ۲ \quad \text{انتگرال}$$

$$|\alpha| \geq 1 \quad ۱ \quad |\alpha| < 1 \quad ۲ \quad |\alpha| > 1 \quad ۳ \quad |\alpha| \leq 1 \quad ۴$$

۹. کدام یک از توابع زیر بر $[0,1]$ با تغییر کراندار است؟

$$f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{\pi}{2x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad ۱ \quad f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad ۲$$

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad ۳ \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases} \quad ۴$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶
عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲
و شه تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۱ - آمار ۸۸

سری سوال: ۱ یک

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱. هر تابع مشتق پذیر، با تغییر کراندار است.
۲. هر تابع کراندار، با تغییر کراندار است.

۳. اگر $|f|$ با تغییر کراندار باشد، آنگاه f با تغییر کراندار است.

۴. هر تابع مشتق پذیر بر بازه $[a,b]$ که دارای مشتق پیوسته باشد، با تغییر کراندار است.

۱۱- اگر تابع f با تغییر کراندار باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. تابع f به صورت تفاضل دو تابع صعودی است.

۲. تابع f به صورت منحصر به فرد تفاضل دو تابع صعودی است.

۳. تابع f به صورت تفاضل یک تابع پیوسته و یک تابع صعودی است.

۴. تابع f به صورت تفاضل دو تابع پیوسته است.

۱۲- اگر $f: [a,b] \rightarrow \mathbb{R}^k$ یک خم به طور پیوسته مشتق پذیر باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. f با طول متناهی است و $\Lambda(f) = \int_a^b \|f(t)\| dt$

۲. f با طول متناهی است و $\Lambda(f) = \int_a^b \|f'(t)\| dt$

۳. f ممکن است با طول متناهی نباشد.

۴. f با طول متناهی است و $\Lambda(f) = \left[\int_a^b \|f'(t)\| dt \right]^{\frac{1}{2}}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲
رشته تحصیلی/گذ درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - ۱۱۱۱۰۴۱ - آمار ۸۸

سری سوال: ۱ یک

-۱۳ کدام گزینه در مورد دنباله $f_n(x) = \frac{1-x^n}{1-x}$ بر بازه $[0,1]$ درست است؟

.۱. (f_n) همگرای نقطه ای نیست.

.۲. $f_n \rightarrow 0$ همگرای نقطه ای است.

.۳. $f_n(x) \rightarrow \frac{1}{1-x}$ همگرای یکنواخت است.

.۴. $f_n(x) \rightarrow \frac{1}{1-x}$ همگرای نقطه ای است ولی یکنواخت نیست.

-۱۴ اگر (f_n) و (g_n) همگرای یکنواخت به ترتیب به f و g روی $[a,b]$ باشند، همچنین $h(x) = f(x)g(x)$ آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

.۱. $h_n \rightarrow h$ به طور یکنواخت همگرایست.

.۲. در صورت کراندار بودن همه f_n ها بر $[a,b]$ همگرای یکنواخت به h است.

.۳. در صورت کراندار بودن f_n ها و g_n ها بر $[a,b]$ همگرای یکنواخت به h است.

.۴. در هر صورت این همگرایی نقطه به نقطه است.

-۱۵ اگر $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$ آنگاه کدام گزینه درست است؟

.۱. f_n همگرای نقطه ای به صفر است.

.۲. f_n همگرای یکنواخت به صفر است.

.۳. بر هر زیرمجموعه $[0,k]$ که $k < 1$ همگرای یکنواخت به صفر است.

.۴. $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx \neq 0$

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

روش تعلیمی/آند درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - ۱۱۱۱۰۴۱ - آمار ۸۸

۱۶- کدام یک از دنباله های زیر همگرای یکنواخت است؟

$$[0,1] \text{ روی } g_n(x) = nx e^{-nx}$$

$$(0,1) \text{ روی } f_n(x) = \frac{\cos nx}{nx}$$

$$[0,1] \text{ روی } k_n(x) = x^n(1-x)$$

$$(0,1) \text{ روی } h_n(x) = \frac{1}{1+nx}$$

۱۷- کدام گزینه صحیح است؟

۱- اگر دنباله (f_n) بر مجموعه X به طور یکنواخت کراندار باشد، آنگاه دارای زیر دنباله ای همگرای یکنواخت بر E است.

۲- اگر (f_n) دنباله ای از توابع نقطه به نقطه کراندار روی مجموعه شمارش بذیر X باشد، آنگاه زیر دنباله ای دارد که بر X همگرایست.

۳- اگر (f_n) دنباله ای از توابع نقطه به نقطه همگرا بر مجموعه X باشد، آنگاه دارای زیر دنباله همگرای یکنواخت بر X است.

۴- اگر (f_n) دنباله ای از توابع کراندار یکنواخت و بیوسته بر مجموعه فشرده X باشند، آنگاه زیر دنباله ای از (f_n) وجود دارد که نقطه به نقطه بر X همگرایست.

-۱۸-

کدام گزینه در موزد سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}$ بر $[0,1]$ کامل تر است؟

۱. همگرای یکنواخت است.

۲. فقط همگرای نقطه ای است.

۳. همگرای یکنواخت است و تابع همگرای آن بیوسته است.

۴. این سری فقط همگرای نقطه ای است و تابع آن بیوسته است.

-۱۹-

شعاع همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-x^n}{n!}$ کدام است؟

۱. صفر

۲. یک

۳. $-\infty$

۴. ∞

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰
عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲
روش تعلیمی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) - آمار ۱۱۱۱۰۸۸ - آمار ۱۱۱۱۰۴۱

سری سوال: ۱ یک

$$0 \leq \cos x + x \sin x \leq 1 \quad \text{آنگاه } 0 < x < \frac{\pi}{4} \quad \text{اگر} \quad \frac{\tan x}{x} > 1 \quad \text{آنگاه } 0 < x < \frac{\pi}{4} \quad \text{اگر}$$

$$\operatorname{Arctan} x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1} \quad \text{آنگاه } \frac{2}{\pi} < \frac{\sin x}{x} < 1 \quad \text{آنگاه } 0 < x < \frac{\pi}{2} \quad \text{اگر}$$

سوالات تشریحی

۱- اگر f تابعی کراندار و α تابع صعودی بر $[a, b]$ باشند. آنگاه انتگرال های بالا و پایین f نسبت به α را تعريف کنید.

۲- فرض کنید $\alpha(x) = [x]_0^x$ (جزء صحیح x). در این صورت $\int_0^x x^2 d\alpha$ را در صورت وجود بیابید.

۳- (الف) تابع با تغییر کرانداری روی بازه $[a, b]$ را تعريف کنید.
(ب) همگرایی یکنواخت دنباله ای از توابع روی فضای متریک E را تعريف کنید.

۴- فرض کنید (f_n) دنباله ای از توابع روی مجموعه فشرده X باشد به طوریکه (f_n) تزویی و (f_n) ها و پیوسته باشند. همچنین فرض کنید $f \rightarrow f_n$ همگرای نقطه به نقطه باشد. ثابت کنید f همگرای یکنواخت است.

۵- نشان دهید سری $\sum \frac{x}{n(1+nx^2)}$ بر R به طور یکنواخت همگراست.