

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۱ - آمار ۸۸۰۸۸)

۱- اگر f تابعی کراندار و α تابع صعودی روی $[a, b]$ و $p[a, b]$ مجموعه افزارهای $[a, b]$ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\int_a^b f dx$ و $\int_a^b f dx$ همواره موجودند.

۲. $\forall \varepsilon > 0 \quad \exists q \in p[a, b] \quad ; \quad L(p, f, \alpha) - \varepsilon > \int_a^b f dx$

۳. اگر $p, q \in p[a, b]$ آنگاه $L(p \cup q, f, \alpha) \leq L(p, f, \alpha)$

۴. اگر $p, q \in p[a, b]$ و $p \subseteq q$ آنگاه $U(p, f, \alpha) \leq L(q, f, \alpha)$

۲- اگر f یک تابع کراندار باشد، آنگاه

۱. اگر $f \in R$ آنگاه $f^2 \in R$

۲. اگر $|f| \in R$ آنگاه $f \in R$

۳. اگر $f \in R$ آنگاه $|f| \in R$

۴. ممکن است $f^5 \in R$ ولی $f \notin R$

۳- فرض کنید توابع f و g روی $[0, 1]$ به صورت زیر تعریف شده باشند

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n} & x = \frac{m}{n}, (m, n) = 1 \\ 0 & x \notin Q \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x \leq 1 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

در این صورت کدام گزینه زیر درست است؟

۱. $gof \notin R$ ۲. $g \notin R$ ۳. $gof \in R$ ۴. $f \notin R$

۴- اگر f یک تابع پیوسته باشد، آنگاه حاصل $\int_a^b f(x) d[x]$ کدام است؟

۱. $\sum_{k=1}^n f(k)$ ۲. $\sum_{k=2}^n f(k)$ ۳. $\sum_{k=1}^{n-1} f(k)$ ۴. $\sum_{k=2}^{n-1} f(k)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۱ - آمار ۱۱۱۱۰۸۸)

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟

- ۱- هر تابع مشتق پذیر، با تغییر کراندار است.
- ۲- هر تابع کراندار، با تغییر کراندار است.
- ۳- اگر $|f|$ یا تغییر کراندار باشد، آنگاه f یا تغییر کراندار است.
- ۴- هر تابع مشتق پذیر بر بازه $[a, b]$ که دارای مشتق پیوسته باشد، با تغییر کراندار است.

۱۱- اگر تابع f با تغییر کراندار باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- ۱- تابع f به صورت تفاضل دو تابع صعودی است.
- ۲- تابع f به صورت منحصر به فرد تفاضل دو تابع صعودی است.
- ۳- تابع f به صورت تفاضل یک تابع پیوسته و یک تابع صعودی است.
- ۴- تابع f به صورت تفاضل دو تابع پیوسته است.

۱۲- اگر $f: [a, b] \rightarrow R^k$ یک خم به طور پیوسته مشتق پذیر باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

- ۱- $\Delta(f) = \int_a^b \|f(t)\| dt$ با طول منتهای است و
- ۲- $\Delta(f) = \int_a^b \|f'(t)\| dt$ با طول منتهای است و
- ۳- ممکن است با طول منتهای نباشد.
- ۴- $\Delta(f) = \left[\int_a^b \|f'(t)\| dt \right]^{\frac{1}{2}}$ با طول منتهای است و

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی) - ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۱ - آمار ۱۱۱۰۸۸)

۱۶- کدام یک از دنباله های زیر همگرایی یکنواخت است؟

$$g_n(x) = nx e^{-nx} \text{ روی } [0,1] \quad f_n(x) = \frac{\cos nx}{nx} \text{ روی } (0,1)$$

$$k_n(x) = x^n(1-x) \text{ روی } [0,1] \quad h_n(x) = \frac{1}{1+nx} \text{ روی } (0,1)$$

۱۷- کدام گزینه صحیح است؟

۱- اگر دنباله (f_n) بر مجموعه X به طور یکنواخت کراندار باشد، آنگاه دارای زیر دنباله ای همگرایی یکنواخت بر E است.

۲- اگر (f_n) دنباله ای از توابع نقطه به نقطه کراندار روی مجموعه شمارش پذیر X باشد، آنگاه زیر دنباله ای دارد که بر X همگراست.

۳- اگر (f_n) دنباله ای از توابع نقطه به نقطه همگرا بر مجموعه X باشد، آنگاه دارای زیر دنباله همگرایی یکنواخت بر X است.

۴- اگر (f_n) دنباله ای از توابع کراندار یکنواخت و پیوسته بر مجموعه فشرده X باشند، آنگاه زیر دنباله ای از (f_n) وجود دارد که نقطه به نقطه بر X همگراست.

۱۸- کدام گزینه در مورد سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$ بر $[0,1]$ کامل تر است؟

۱- همگرایی یکنواخت است.

۲- فقط همگرایی نقطه ای است.

۳- همگرایی یکنواخت است و تابع همگرایی آن پیوسته است.

۴- این سری فقط همگرایی نقطه ای است و تابع آن پیوسته است.

۱۹- شعاع همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-x^n}{n!}$ کدام است؟

۱- ∞

۲- $-\infty$

۳- یک

۴- صفر

تعداد سوالات: نسی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی) . ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۱ - آمار ۱۱۱۰۸۸)

۲۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱. $0 < x < \frac{\pi}{4}$ اگر $\frac{\tan x}{x} > 1$ آنگاه

۲. $0 < x < \frac{\pi}{2}$ اگر $\frac{2}{\pi} < \frac{\sin x}{x} < 1$ آنگاه

۳. $0 \leq \cos x + x \sin x \leq 1$ آنگاه $0 < x < \frac{\pi}{4}$

۴. $\text{Arc tan } x = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{2n+1}$

سوالات تشریحی

۱- اگر f تابعی کراندار و α تابع صعودی بر $[a, b]$ باشند. آنگاه انتگرال های بالا و پایین f نسبت به α را تعریف کنید. ۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید $\alpha(x) = [x]$ (جزء صحیح x). در این صورت $\int_0^2 x^2 d\alpha$ را در صورت وجود بیابید. ۱.۴۰ نمره

۳- الف) تابع با تغییر کراندار روی بازه $[a, b]$ را تعریف کنید.
ب) همگرایی یکنواخت دنباله ای از توابع روی فضای متریک E را تعریف کنید. ۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید (f_n) دنباله ای از توابع روی مجموعه فشرده X باشد به طوری که (f_n) نزولی و (f_n) ها و f پیوسته باشند. همچنین فرض کنید $f_n \rightarrow f$ همگرایی نقطه به نقطه باشد. ثابت کنید $f_n \rightarrow f$ همگرایی یکنواخت است. ۱.۴۰ نمره

۵- نشان دهید سری $\sum \frac{x}{n(1+n^2)}$ بر R به طور یکنواخت همگراست. ۱.۴۰ نمره