

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ - تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۰ - تشریحی: ۵

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۸

۱- مکان هندسی تقاطعی از صفحه مختلط که در معادله $\operatorname{Re}(z^2) = 0$ صدق می‌کند کدام است؟

۱. دایره ۲. بیضی ۳. خطوط راست ۴. هذلولی

۲- جواب‌های معادله $z^n + z^{n-1} + \dots + z + 1 = 0$ با جوابهای کدام یک از معادلات زیر برابر است؟

۱. $z^{n-1} + 1 = 0, z \neq -1$ ۲. $z^n - 1 = 0, z \neq 1$ ۳. $z^{n+1} - 1 = 0, z \neq 1$ ۴. $z^n + 1 = 0, z \neq -1$

۳- کدام یک از توابع زیر در هیچ نقطه از C تحلیلی نیست؟

۱. $f(z) = e^{z^2}$ ۲. $f(z) = e^z$ ۳. $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ ۴. $f(z) = e^{\frac{1}{z+1}}$

۴- تابع $f(z) = \begin{cases} \frac{(1+i)xy}{x^2+y^2} & z = x+iy \neq 0 \\ 0 & z = 0 \end{cases}$ مغروض است. کدام گزینه صحیح است؟

۱. f در $z=0$ مشتق پذیر است و در این نقطه معادلات کوشی-ریمان صدق می‌کند.
۲. f در $z=0$ مشتق پذیر نیست ولی در این نقطه معادلات کوشی-ریمان صدق می‌کند.
۳. f در $z=0$ پیوسته است ولی مشتق پذیر نیست.
۴. f در $z=0$ پیوسته است.

۵- اگر توابع f و \bar{f} روی ناحیه D ($D \subseteq C$) مشتق پذیر باشد، آنگاه:

۱. f روی D بیکران است.
۲. f روی C بیکران است.
۳. f روی D ثابت است.
۴. $f = \bar{f}$

۶- همه مقادیر i^2 کدام است؟

۱. $e^{(1-i)\pi}$ ۲. $e^{(2k+i)\pi}$ ۳. $e^{-(2k+i)\pi}$ ۴. $e^{(2k-1)\pi}$

۷- تصویر $0 \leq \operatorname{Arg} z \leq \frac{\pi}{6}$ تحت نگاشت $w = iz^3$ کدام ناحیه از صفحه w می‌باشد؟

۱. ربع اول ۲. ربع دوم ۳. ربع سوم ۴. ربع چهارم

تعداد سوالات: نسی: ۲۰؛ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰؛ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محص)، ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۹۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۸

۸- مقدار $\sin(i)$ برابر است با:

- ۱) $i \sinh 1$ ۲) $-i \sinh 1$ ۳) $i \cosh 1$ ۴) $-i \cosh 1$

۹- مقدار $\int_{|z|=2} \frac{dz}{(z^2+4)^2}$ برابر است با:

- ۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $\frac{\pi}{4}$ ۳) $\frac{\pi}{8}$ ۴) $\frac{\pi}{16}$

۱۰- حاصل انتگرال $\int_{|z|=1} \tan z dz$ کدام است؟

- ۱) πi ۲) $2\pi i$ ۳) $-\pi i$ ۴) 0

۱۱- حاصل انتگرال تابع $f(z) = |z|^2$ روی مسیر خط راستی که نقطه $z=1$ را به $z=i$ وصل می کند کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}(i+1)$ ۲) $\frac{2}{3}(i-1)$ ۳) $\frac{3}{2}(i-1)$ ۴) $\frac{2}{3}(i-1)$

۱۲- حاصل انتگرال $\int \frac{(\cosh 2z + \sin \frac{z}{2})^2}{z^4(z^2+16)} dz$ که در آن C اجتماع دایره های $|z|=1$ و $|z|=3$ می باشد کدام است؟

- ۱) $\sinh 2i$ ۲) $\sin 4$ ۳) $2 \sinh 4$ ۴) 0

۱۳- هرگاه f روی ناحیه D تحلیلی و $f \neq 0$ ، آنگاه تعداد صفرهای f در هر زیرمجموعه فشرده D :

- ۱) برابر صفر است. ۲) متناهی است. ۳) نامتناهی است. ۴) قابل شمارش نیست.

۱۴- نقطه $z=0$ قطب مرتبه برای تابع $f(z) = \frac{z^{102} + z^{101} + z^{100} + 1}{z^{100}}$ می باشد؟

- ۱) صد ۲) صد و یکم ۳) صد و دوم ۴) $z=0$ قطب این تابع نیست.

۱۵- نقطه $z=0$ برای تابع $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^3}$ چه نوع نقطه ای است؟

- ۱) تکین بنیامیه ۲) قطب مرتبه دوم ۳) قطب مرتبه سوم ۴) تکین اساسی

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توابع مختلط

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محص)، ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۹۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۸

۱۶- نقطه $z = \infty$ تکین اساسی کدام تابع نیست؟

$f(z) = \cosh \frac{1}{z}$.۴ $f(z) = \frac{1}{\sin z}$.۳ $f(z) = \sin \frac{1}{z}$.۲ $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$.۱

۱۷- مانده تابع $f(z) = e^{\frac{z-1}{z}}$ در نقطه $z = \infty$ برابر است با:

$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}$.۱ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!(n+1)!}$.۳ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(2n)!(2n+1)!}$.۲ $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n!(n+1)!}$.۴

۱۸- شعاع همگرایی سری توانی $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!} z^n$ کدام است؟

e .۱ 1 .۲ $\frac{1}{e}$.۳ ∞ .۴

۱۹- ناحیه همگرایی سری توانی $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{z^n}$ کدام است؟

$|z| < \frac{1}{2}$.۱ $|z| < 2$.۲ $|z| > 2$.۳ $|z| > \frac{1}{2}$.۴

۲۰- حاصل انتگرال $\int_{|z|=2} \frac{z^3 dz}{z^4 - 1}$ کدام است؟

$2\pi i$.۱ πi .۲ $-2\pi i$.۳ $-\pi i$.۴

سوالات تشریحی

۱-۴۰ نمره. ۱- با استفاده از فرمول دموآور درستی رابطه $(\sqrt{3} - i)^n + (\sqrt{3} + i)^n = 2^{n+1} \cos(\frac{n\pi}{6})$ را بررسی کنید.

۲-۴۰ نمره. ۲- ابتدا نشان دهید تابع $u(x, y) = e^x(x \cos y - y \sin y)$ موزون است. سپس مزدوج موزون آن و همچنین تابع تحلیلی $f(z) = u + iv$ را به دست آورید. این تابع را می شناسید؟

۳-۴۰ نمره. ۳- تصویر ناحیه بین دو دایره $|z|=1$ و $|z|=2$ در نیم صفحه بالائی را تحت نگاشت $w = \ln z$ با شاخه $\frac{\pi}{2} \leq \theta < \frac{5\pi}{2}$ به دست آورید.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ - تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تئوری: ۲۰ - تشریحی: ۵

عنوان درس: توابع مختلف

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۴ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۴۹۵ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۷۸

۱.۴- نمره

۴- حاصل انتگرال های حقیقی زیر را با استفاده از قضیه مانده ها به دست آورید.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x \sin \pi x}{x^2 + 2x + 5} dx \quad (\text{ب}) \qquad \int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 - \sin \theta} \quad (\text{الف})$$

۱.۴- نمره

۵- قضیه اصل مینیمم قدر مطلق را بیان و اثبات کنید.