

تعداد سوالات: نسی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی ۱)، ریاضی (محض ۱)، ریاضی (محض ۲)، ریاضی (محض ۳)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- تابع حقیقی مقدار f را روی E^3 از طبقه C^∞ می نامیم اگر ...:

۱- E^3 بر f پیوسته و مشتق پذیر باشد.

۲- مشتقات جزئی f از همه مرتبه‌ها موجود و پیوسته باشد.

۳- مشتقات جزئی f از همه مرتبه‌ها موجود باشد

۴- مشتقات جزئی مرتبه اول تابع موجود و پیوسته باشد.

۲- شرط لازم و کافی برای آنکه دو بردار مماس V_p و V_q یا هم برابر باشند آن است که:

۱- قسمت برداری آنها با هم برابر باشد.

۲- نقطه اثر آنها متفاوت و قسمت‌های برداری آنها مساوی باشد

۳- نقطه اثر آنها مساوی و قسمت‌های برداری آنها نیز مساوی باشد.

۴- هر سه

۳- اگر $f = x^p y z^q$ و $p(1, 1, 0)$ و $v = (1, 0, -3)$ باشند آنگاه $V_p[f]$ برابر است با ...:

۱- ۳ ۲- ۳ ۳- صفر ۴- ۱

۴- اگر $V = xU_1 - y^2U_3$ و $f = x^p y + z^3$ آنگاه حاصل $V[f]$ برابر است

۱- $px^p y + xz^3 - y^2 z^3$ ۲- $px^p y - 3y^2 z^3$

۳- $3xz^3 - px^p y - 3y^2 z^3$ ۴- $3xz^3 - x^p y^2 - 3y^2 z^3$

۵- تابع طول قوس $\alpha(A) = (\cosh t, \sinh t, t)$ کدام است؟

۱- $s(t) = \sinh t$ ۲- $s(t) = \cosh t$ ۳- $s(t) = \sqrt{2} \sinh t$ ۴- $s(t) = \sqrt{2} \cosh t$

۶- اگر $\beta: I \rightarrow E^3$ خم یا تندی واحد و خمیدگی $k > 0$ و تاب τ باشد آنگاه کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح نمی‌باشد؟

۱- $T' = kN$ ۲- $N' = kT - \tau B$ ۳- $B' = -\tau N$ ۴- $N' = -kT + \tau B$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰، تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰، تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴

۷- شرط لازم و کافی برای آنکه خم β با تندی واحد در E^3 با $\kappa > 0$ مسطح باشد آن است که ...

۱. $\tau = 0$

۲. $\tau > 0$

۳. $\tau < 0$

۴. $\tau \neq 0$

۸- خم منظم α در E^3 هنگامی یک ماریچ استوانه‌ای است هرگاه

۱. $\kappa > 0$ ثابت باشد.

۲. $\kappa > 0$ ثابت و $\tau \neq 0$ ثابت باشد.

۳. $\frac{\tau}{\kappa}$ ثابت باشد.

۴. $\tau = 0$ باشد.

۹- اگر W یک میدان برداری با طول ثابت $\|W\|$ باشد آنگاه به ازای هر میدان برداری V ، مشتق کوواریان $\nabla_V W$...

۱. همواره با W موازی است.

۲. همواره با W مساوی است

۳. همواره بر W عمود است.

۴. همواره بر خلاف جهت W است.

۱۰- تصویر ماریچ $\beta(s) = (\cos \frac{s}{c}, \sin \frac{s}{c}, \frac{s}{c})$ تحت ایزومتري $R(x, y, z) = (x, y, -z)$ عبارتست از:

۱. $(\cos \frac{s}{c}, -\sin \frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$

۲. $(\cos \frac{c}{s}, \sin \frac{c}{s}, \frac{c}{s})$

۳. $(\cos \frac{s}{c}, \sin \frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$

۴. $(\cos \frac{c}{s}, -\sin \frac{c}{s}, -\frac{c}{s})$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰، تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱، یک

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض)، ۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴

۱۱- اگر بردار سرعت دو خم $\beta: I \rightarrow E^3$ و α در هر لحظه موازی باشند و برای یک مقدار S_0 داشته باشیم
 $\alpha(S_0) = \beta(S_0)$ آنگاه ...

۱- α موازی β است.

۲- α موازی β است.

۳- خمی مانند γ وجود دارد به طوری که $\alpha = \beta \circ \gamma$

۴- تصویر α تحت یک ایزومتري در E^3 است.

۱۲- با کدام ایزومتري دو خم $\alpha, \beta: R \rightarrow E^3$ و $\alpha(s) = (\cos \frac{s}{c}, \sin \frac{s}{c}, \frac{s}{c})$ و $\beta(s) = (\cos \frac{s}{c}, \sin \frac{s}{c}, -\frac{s}{c})$ با تندی ثابت قابل انطباقند؟

۱- انتقال

۲- دوران

۳- تقارن

۴- همه موارد

۱۳- خم $\beta(t) = (t + \sqrt{3} \sin t, \sqrt{3} \cos t, \sqrt{3}t - \sin t)$ چه نام دارد؟

۱- مارپیچ

۲- دایره

۳- سهمی

۴- استوانه

۱۴- اگر g تابع دیفرانسیل پذیر با مقدار حقیقی روی E^3 باشد و c یک عدد حقیقی باشد زیر مجموعه

$M: g(x, y, z) = c$ از E^3 زمانی یک رویه است که

۱- در همه نقاط df_M مخالف صفر باشد.

۲- در همه نقاط df_M صفر باشد.

۳- در همه نقاط f_M پیوسته باشد.

۴- در همه نقاط f_M ناصفر باشد.

۱۵- کدامیک از زیر مجموعه‌های M از E^3 که در زیر آورده شده است یک رویه است

۱- مخروط $M: z^2 = x^2 + y^2$

۲- قرص بسته $M: x^2 + y^2 \leq 1, z = 0$

۳- صفحه نا شده $M: xy = 0, x \geq 0, y \geq 0$

۴- سهمیوار دوار $M: z = x^2 + y^2$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰، تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰، تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴

- ۱۶- فرض کنید φ یک سه فرمی باشد در اینصورت $d\varphi$ برابر است با
۱. یک چهار فرمی
۲. صفر
۳. یک دو فرمی
۴. یک سه فرمی
- ۱۷- عملگر شکلی صفحه P در E^3 برابر است با
۱. $\frac{1}{r}$
۲. $\frac{-1}{r}$
۳. صفر
۴. $bu_p + au_p$
- ۱۸- اگر P نقطه‌ای از رویه همبند $M \subseteq E^3$ باشد در چه صورت در نقطه P امتداد مجانبی وجود ندارد؟
۱. $k(p) = 0$
۲. $k(p) < 0$
۳. $k(p) > 0$
۴. $k(p) \neq 0$
- ۱۹- خمیدگی متوسط رویه $M \subseteq E^3$ عبارتست از
۱. $H = \frac{\text{trace } S}{2}$
۲. $k_1 k_2$
۳. $\frac{k_1}{k_2}$
۴. $c(k_1 + k_2)$ که در آن c عددی ثابت است
- ۲۰- تصویر خم $\alpha(t) = (r \cos t, r \sin t)$ که $0 \leq t \leq 2\pi$ تحت نگاشت $f(u, v) = (u^2 - v^2, 2uv)$ برابر است با:
۱. $(r^2 \cos t, r^2 \sin t)$
۲. $(r \cos 2t, r \sin 2t)$
۳. $(r^2 \sin t, r^2 \cos t)$
۴. $(r^2 \cos 2t, r^2 \sin 2t)$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- ثابت کنید اگر $v_p = (v_1, v_2, v_3)$ یک بردار مماس بر E^3 باشد آنگاه: $v_p[Lf] = \sum v_i \partial f / \partial x_i(p)$

تعداد سوالات: تستی: ۳۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰، تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضی محض (هندسه)، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴)

۱.۴۰ نمره

۲- برای ماریچ $\beta(s) = (a \cos \frac{s}{c}, a \sin \frac{s}{c}, \frac{bs}{c})$ با تندی واحد که در آن $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ و

$a > 0$ است مطلوبست:

الف) محاسبه توابع خمیدگی و تاب
ب) محاسبه سه وجهی قرنه T, N و B

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه زیر را اثبات کنید.

به ازای هر دو سه وجهی بر E^3 مثل $\{e_1, e_2, e_3\}$ در نقطه p و $\{f_1, f_2, f_3\}$ در نقطه q ، یک ایزومتري یکنای F از E^3 وجود دارد به طوری که $F_*(e_i) = f_i$ به ازای $1 \leq i \leq 3$.

۱.۴۰ نمره

۴- خمیدگی های گاوسی و متوسط هلیکلونید H که نگاره نگاشت

$$X : E^2 \rightarrow E^3$$

$$X(u, v) = (u \cos v, u \sin v, bv)$$

در آن $b \neq 0$ است را محاسبه کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر عملگر شکلی متحد یا صفر شود آنگاه M بخشی از یک صفحه در E^3 است.