

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۰ تشریحی: ۸۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸

۱- خم مسطحی که با معادله ی $x^2 + y^2 + 1 = 0$ داده می شود بیانگر کدام مقطع مخروطی است؟

۱. بیضی ۲. دایره ۳. مجموعه تهی ۴. نقطه ی تنها

۲- اگر $F(U, V)$ یک صورت ناصفر درجه ی d بر حسب U و V و k جبری- بسته باشد و صفرها با چندگانگی شمرده شوند آنگاه ...

۱. $F(U, V)$ حداکثر d صفر در P^1 دارد. ۲. $F(U, V)$ حداقل d صفر در P^1 دارد.
۳. $F(U, V)$ دقیقاً d صفر در P^1 دارد. ۴. $F(U, V)$ صفری در P^1 ندارد.

۳- اگر $n \leq 5$ و هیچ چهار نقطه از P_1, \dots, P_n هم خط نباشند، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. $\dim S_2(P_1, \dots, P_n) \geq 6 - n$ ۲. $\dim S_2(P_1, \dots, P_n) = 1$
۳. $\dim S_2(P_1, \dots, P_n) = 2$ ۴. $\dim S_2(P_1, \dots, P_n) = 6 - n$

۴- اگر $P_1, \dots, P_5 \in P_R^2$ نقاط متمایزی باشند که هیچ چهارتای آنها هم خط نباشند، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱. حداقل یک مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, \dots, P_5 می گذرد.
۲. حداکثر یک مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, \dots, P_5 می گذرد.
۳. حداکثر دو مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, \dots, P_5 می گذرد.
۴. هیچ مقطع مخروطی وجود ندارد که از نقاط P_1, \dots, P_5 بگذرد.

۵- فرض کنید $P_1, \dots, P_4 \in P_R^2$ باشد که هیچ سه نقطه ای از آنها هم خط نیستند. در این صورت دسته مقطع مخروطی

$C_{(2,2)}$ که از نقاط P_1, \dots, P_4 می گذرد چند عضو تباهیده دارد؟

۱. ۳ ۲. ۲ ۳. ۱ ۴. صفر

۶- هر مقطع مخروطی ناتباهیده در P_k^2 به طور تصویری با کدام خط زیر هم ارز است؟

۱. $XZ = Y^2$ ۲. $XZ = Y$ ۳. $XZ = Y^3$ ۴. $XZ = Y^4$

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۰ تشریحی: ۸۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۷- شکل نرمال هر خم درجه سوم در P_R^2 به کدام صورت است؟

۱) $Y^2Z = X^3 + aXZ^2 + bZ^3$ ۲) $Y^2Z = Z^3 + aXZ^2 + bZ$

۳) $Y^2Z = X^3 + aXZ^3 + bZ^3$ ۴) $Y^2Z = aXZ^2 + bZ$

۸- فرض کنید C یک خم درجه سوم در P_R^2 باشد. در این صورت قانون یکتای گروهی روی C وجود دارد که عکس هر نقطه (x, y) در آن عبارت است از:

۱) $(x, -y)$ ۲) $(-x, -y)$ ۳) (x, y) ۴) $(-x, y)$

۹- خم $Y^2 = X^3 + 4X$ را با قانون ساده شده ی گروهی در نظر بگیرید. در این صورت خط مماس بر خم C در نقطه $(2, 4)$ از کدام نقطه می گذرد؟

۱) $(1, 1)$ ۲) $(2, 2)$ ۳) $(4, 4)$ ۴) $(0, 0)$

۱۰- فرض کنید هیات k جبری - بسته باشد و $A = k[x_1, \dots, x_n]$ باشد. در این صورت برای هر ایده آل J در A داریم:

۱) $I(V(J)) = \text{rad}(J)$ ۲) $I(V(J)) = \phi$ ۳) $I(V(J)) \subseteq J$ ۴) $I(V(J)) = J$

۱۱- اگر $V \subseteq A^n$ یک مجموعه ی جبری باشد و $I(V)$ ایده آل متناظر آن باشد. آنگاه V تحویل ناپذیر است اگر و فقط اگر

۱) $I(V)$ یک ایده آل ماکسیمال باشد. ۲) $I(V)$ یک ایده آل اول باشد.

۳) $I(V) = \text{rad}(V)$ ۴) $I(V)$ متناهی باشد.

۱۲- فرض کنید هیات k جبری - بسته نباشد و چند جمله ای ثابت $f \in k[x]$ در k ریشه نداشته باشد. اگر $J = (f)$ آنگاه $V(J)$ کدام است؟

۱) (f) ۲) ϕ ۳) $k[x]$ ۴) k

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۴۰ تشریحی: ۸۰

تعداد سوالات: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۱۳- فرض کنید $V \subseteq A^n$ یک مجموعه ی جبری باشد. آنگاه V تحویل ناپذیر است اگر و فقط اگر ...

۱- U_1, U_2 وجود داشته باشند به طوری که $V = U_1 \cup U_2$

۲- $I(V) = \emptyset$

۳- هر زیر مجموعه ی باز ناتهی $U \subseteq V$ چگال باشد.

۴- برای هر دو زیر مجموعه ی ناتهی $U_1, U_2 \subseteq V$ داشته باشیم $\emptyset = U_1 \cup U_2$

۱۴- اگر A یک هیات و $B \subseteq A$ یک زیر حلقه ی A و A یک B - جبر متناهی باشد. آنگاه B ... است.

- ۱- یک A جبر ۲- نامتناهی ۳- ایده آل ۴- هیات

۱۵- مجموعه ی $\{f \text{ در } P \text{ منظم است} \mid P \in V\} = \text{dom } f$ در توپولوژی زاریسکی چه نوع مجموعه ای است؟

- ۱- تهی ۲- بسته و چگال ۳- همبند ۴- باز و چگال

۱۶- فرض کنید $X \subseteq A^n$ یک مجموعه ی جبری باشد. در این صورت X تحویل ناپذیر است اگر هیچ تجزیه ای از X به صورت ... وجود نداشته باشد. $(X_1, X_2 \subseteq X)$

۱- $X_1 \cup X_2 = X$ ۲- $X_1 \cap X_2 = X$ ۳- $X_1 = X_2 = X$ ۴- $X \subset X_1 \cap X_2$

۱۷- فرض کنید k یک هیات بسته جبری بسته - جبری، $J \subset k[X_1, \dots, X_n]$ یک ایده آل همگن و $V(J) = \emptyset$ باشد. آنگاه:

۱- $I(V(J)) = \emptyset$ ۲- $I(V(J)) = \text{rad } J$

۳- $\text{rad } J \subset (X_1, \dots, X_n)$ ۴- $V(J) = \text{rad } J$

۱۸- کدام گزینه در مورد نگاشت جویای $f: V \rightarrow W$ با بقیه معادل نیست؟

۱- f یک هم ارزی دوسو گویاست.

۲- f یک نگاشت ثابت است.

۳- f یک نگاشت قالب است.

۴- مجموعه های باز $V_0 \subseteq V, W_0 \subseteq W$ وجود دارند به قسمی که تحدید f به V_0 یک یکرختی است.

سری سوال: ۱. یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۰ تشریحی: ۸۰

تعداد سوالات: تستی: ۳۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۱۹- هر تابع منظم روی P^1 به چه صورت است؟

۱. تابع صفر ۲. تابع ثابت ۳. تابع درجه دوم ۴. تابع همگن

۲۰- به ازای هر عدد طبیعی n ، زیر مجموعه $S(r) = \{P \in V \mid \dim T_P V \geq r\} \subset V$ یک مجموعه ی ... است.

۱. بسته ۲. تهی ۳. چگال ۴. باز

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- ثابت کنید $\dim S_2(P_1, \dots, P_n) \geq 6 - n$

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید K یک هیات یا مشخصه ی مخالف صفر باشد و $\lambda \in K$ ، $\lambda \neq 0, 1$ ، همچنین $f, g \in K[t]$ توابعی گویا باشند به طوری که $f^2 = g(g-1)(g-\lambda)$. در این صورت نشان دهید: $f, g \in K$

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید K یک هیات جبری - بسته باشد. نشان دهید هر ایده آل ماکسیمال حلقه ی چندجمله ایی

$A = K[X_1, \dots, X_n]$ ، برای نقطه ای مانند $P = (a_1, \dots, a_n) \in A_K^n$ به شکل

$m_P = (X_1 - a_1, \dots, X_n - a_n)$ است.

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید V یک چندگونای آفین باشد. ثابت کنید V_f یا یک چندگونای آفین بکریخت است و

$$K[V_f] = K[V][f^{-1}]$$

۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید مجموعه ی $\{P \in V \mid P \text{ ناکنین است}\} = V_m$ جایی که $V \subset A^n$ یک زیر مجموعه ی باز و چگال V برای توپولوژی زارینسکی است.