

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محفز) (۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی ۱۱۷۱۴۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر توزیع توام  $X_1, X_2$  به صورت  $f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \begin{cases} 6e^{-3x_1-2x_2} & x_1, x_2 > 0 \\ 0 & \text{ov.} \end{cases}$  باشد، تابع توزیع متغیر تصادفی  $Y = X_1 + X_2$  برابر است با:

۱.  $1 - 2e^{-3y} - 3e^{-2y}$     ۲.  $1 + 2e^{-2y} - 3e^{-3y}$     ۳.  $1 + 2e^{-3y} - 3e^{-2y}$     ۴.  $1 - 2e^{-2y} - 3e^{-3y}$

۲- اگر  $Y = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$  باشد، آنگاه  $\frac{\partial x_2}{\partial y}$  برابر است با:

۱.  $\frac{-x_1}{y}$     ۲.  $\frac{x_1}{y^2}$     ۳.  $-\frac{x_1}{(1-y)^2}$     ۴.  $\frac{x_1}{(1-y)^2}$

۳- فرض کنید چگالی توام  $X_1, X_2$  بصورت  $f_{X_1, X_2}(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & 0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 1 \\ 0 & \text{ov.} \end{cases}$  باشد. اگر  $Z = X_2, Y = X_1 + X_2$  باشد، چگالی حاشیه ای  $Y$  در فاصله (۱و۲) برابر است با:

۱.  $Y$     ۲.  $2 - Y$     ۳.  $Y - 2$     ۴.  $1 + Y$

۴- اگر تابع مولد گشتاور  $X_1, X_2, \dots, X_n$  متغیر تصادفی مستقل بصورت  $M_{X_i}(t) = (1 - \theta t)^{-1}$  باشد، چگالی احتمال متغیر تصادفی  $Y = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  برابر است با:

۱. نمایی با پارامتر  $\theta$     ۲. دو جمله ای  $n, \theta$     ۳. گاما  $n, \theta$     ۴. برنولی با پارامتر  $\theta$

۵- کدامیک از گزینه ها صحیح نمی باشد؟

۱. آماره ها متغیر تصادفی هستند.
۲. انحراف معیار توزیع  $\bar{X}$  با افزایش  $n$ ، اندازه ی نمونه کاهش می یابد.
۳. به ازای هر ثابت مثبت  $c$ ، احتمال اینکه  $\bar{X}$  بین  $\mu + c, \mu - c$  اختیار کند، حداکثر  $1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}$  است.
۴. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از جامعه ای نامتناهی که میانگین آن  $\mu$  و واریانس آن  $\sigma^2$  است تشکیل دهد،  $\text{var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$  می باشد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴)

۶- کوواریانس  $X_1, X_2, X_3$  و  $\rho$  آمین و  $s$  آمین متغیرهای تصادفی از نمونه ای تصادفی به اندازه  $n = 5$  از جامعه ی متناهی  $\{c_1, \dots, c_{10}\}$  با واریانس ۹ برابر است با:

۱.  $\frac{3}{5}$       ۲.  $-\frac{9}{4}$       ۳.  $-\frac{3}{10}$       ۴.  $-1$

۷- تابع مولد گشتاور توریع خی دو با ۶ درجه آزادی برابر است با:

۱.  $(1-2t)^{-\frac{1}{2}}$       ۲.  $(1-2t)^{-3}$       ۳.  $(1-t)^{-\frac{1}{2}}$       ۴.  $(1-t)^{-3}$

۸- برای اینکه متغیر  $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$  دارای توزیع خی دو با  $(n-1)$  درجه آزادی باشد، کدام شرط زیر الزامیست؟

۱. استقلال  $s^2, \bar{X}$       ۲.  $E(s^2) = \sigma^2$       ۳.  $E(\bar{X}) = \mu$       ۴. همواره برقرار است.

۹- اگر  $Y_{(1)}, \dots, Y_{(n)}, n$  آماره ترتیبی نمونه تصادفی  $X_1, \dots, X_n$  باشند، آنگاه:

۱.  $Y_{(i)}$  ها از هم مستقلند.      ۲.  $Y_{(i)}$  ها هم توزیع هستند.

۳. اگر  $X_i$  ها بزرگتر از صفر باشند، آنگاه  $0 \leq Y_{(i)} \leq 1$       ۴.  $\prod X_i = \prod Y_{(i)}$

۱۰- اگر  $X_1, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی با چگالی زیر باشد آنگاه  $\bar{X}$ :

$$f(x) = \begin{cases} e^{-(x-\delta)} & x > \delta \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

۱. برآوردکننده ای اریب برای  $\sigma$  است.      ۲. برآوردکننده ای ناریب برای  $\sigma$  است.

۳. برآوردکننده ای سازگار برای  $\sigma$  است.      ۴. برآوردکننده ای بسنده برای  $\sigma$  است.

۱۱- اگر  $\hat{\theta}$  برآوردی برای  $\theta$  باشد آنگاه:

۱.  $\hat{\theta}$  یک برآوردکننده ی ناریب یکتا برای  $\theta$  است.

۲.  $\hat{\theta}$  یک برآورد سازگار لزوما ناریب است.

۳. اگر  $\hat{\theta}$  بسنده باشد  $y = u(\hat{\theta})$  که شامل  $\theta$  نیست نیز برآوردکننده ی بسنده برای  $\theta$  است.

۴. اگر  $\hat{\theta}$  برآوردکننده ی ناریب پارامتر  $\theta$  نباشد، برای مقایسه کارایی آن از  $v(\hat{\theta})$  استفاده می کنیم.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴)

۱۲- اگر  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای به صورت  $f(x) = \begin{cases} \frac{2(\theta-x)}{\theta^2} & 0 < x < \theta \\ 0 & o.w. \end{cases}$  باشد، برآورد

درستنمایی  $\theta$  برابر است با:

۱.  $\sum \ln X_i$       ۲.  $X_{(n)}$       ۳.  $X_{(1)}$       ۴.  $\bar{X}$

۱۳- اگر  $\bar{X}$  یک برآوردکننده ی نااریب با کمترین واریانس برای ی جامعه ی نرمال باشد، کران پایین کرامر رانو برابر است با:

۱.  $\frac{1}{\sigma^2}$       ۲.  $\frac{\sigma^2}{n}$       ۳.  $\frac{n}{\sigma^2}$       ۴.  $-\frac{1}{\sigma^2}$

۱۴- در یک برآورد فاصله ای بصورت  $p(\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2) = 1 - \alpha$ :

۱.  $1 - \alpha$  سطح خطا است.      ۲.  $\hat{\theta}_1 > \hat{\theta}_2$

۳.  $1 - \alpha$  سطح اطمینان است.      ۴.  $E(\hat{\theta}_1 - \hat{\theta}_2)$  طول فاصله اطمینان است.

۱۵- در روش برآورد تفاضل بین دو میانگین موقعی که  $\sigma_1 = \sigma_2$  نامعلوم و اندازه های نمونه  $n_1, n_2$  کوچک باشند، آماره آزمون برای فاصله اطمینان  $(1 - \alpha)\%$  دارای  $\mu_1 - \mu_2$  چه توزیعی است؟

۱.  $t_{n_1+n_2-2}$       ۲.  $n(0, 1)$       ۳.  $t_{n_1+n_2}$       ۴.  $n(0, \sigma^2)$

۱۶- در ۱۶ بار کار آزمایشی یک موتور تحت آزمایش، مصرف بنزین آن دارای انحراف معیار  $2/2$  گالن بوده است. یک فاصله اطمینان ۹۹٪ برای  $\sigma$  عبارتست از:

$\chi_{0.05, 15}^2 = 32.801$

$\chi_{0.95, 15}^2 = 4.601$

۱.  $2.21 < \sigma^2 < 15.78$       ۲.  $1.49 < \sigma < 3.97$       ۳.  $1 < \sigma^2 < 7.17$       ۴.  $1 < \sigma < \sqrt{7.17}$

۱۷- اگر مقدار واقعی پارامتر  $\theta, \theta_0$  باشد و آماردان بطور نادرست نتیجه بگیرد که  $\theta = \theta_1$ ، آنگاه:

۱. مرتکب خطای نوع اول شده است.      ۲. مرتکب خطای نوع دوم شده است.

۳. ناحیه بحرانی آزمون را به دست آورده است.      ۴. توان آزمون را به دست آورده است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۱۸- حداقل اندازه ی نمونه ی مورد نیاز برای آزمون فرض صفر  $\mu_0 = 10$  در برابر فرض مقابل  $\mu_1 = 11$  با ناحیه ی بحرانی

$$\bar{x} > \mu_0 + \frac{1.645}{\sqrt{n}}, \beta < 0.06$$

$$z_\alpha = -1.555$$

۱۰. ۱ ۱۲. ۲ ۱۱. ۳ ۹. ۴

۱۹- یک مشاهده ی واحد از یک متغیر تصادفی که دارای توزیع نمایی است برای آزمون این فرض به کار میرود که میانگین توزیع  $\theta = 2$  در برابر فرض مقابل  $\theta = 5$  است. اگر فرض صفر را وقتی و فقط وقتی بپذیریم که مقدار مشاهده شده ی متغیر تصادفی کمتر از ۳ است، احتمال خطای نوع اول برابر است با:

$$1 - e^{-3/2} \quad 1 - e^{-3} \quad e^{-3/2} \quad 1 - e^{-3}$$

۲۰- اگر  $n = 150, \sigma = 6.2, \bar{x} = 69.5, z_{0.005} = 2.575$  باشد، حداکثر خطای برآورد برابر است با:

$$۱.۳۰ \quad ۱.۱۹ \quad ۱۴.۳۷ \quad ۰.۱۰۶$$

۲۱- آماره آزمون فرض  $\mu = \mu_0$  در برابر فرض  $\mu \neq \mu_0$  بر مبنای نمونه ای تصادفی به اندازه ی  $n$  از جامعه ای نرمال با واریانس معلوم  $\sigma^2$  برابر است با:

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \quad T = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad Z = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \quad T = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

۲۲- تولیدکننده ای که محصولاتش باید واجد شرایط دقیقی باشد لازم است که آزمون هایی درباره تغییر پذیری محصولاتش انجام دهد. تولید کننده از چه آزمونی باید استفاده کند؟

۱. نسبت موفقیت ۲. میانگین ۳. تفاضل کسبیت ۴. واریانس

۲۳- در تحلیل یک جدول  $r \times c$  فرض صفر را رد می کنیم اگر:

$$\chi^2 < \chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)} \quad \chi^2 < \chi^2_{1-\alpha, (r-1)(c-1)} \quad \chi^2 > \chi^2_{\alpha, (n-1)} \quad \chi^2 > \chi^2_{\alpha, (r-1)(c-1)}$$

۲۴- معادله ی خط رگرسیون  $Y$  روی  $X$ ، اگر  $w(y|x) = \binom{n-x}{y} \left( \frac{\theta_2}{1-\theta_1} \right)^y \left( \frac{1-\theta_1-\theta_2}{1-\theta_1} \right)^{n-x-y}$  باشد، برابر است با:

$$\mu_{Y|x} = \frac{n\theta_2}{1-\theta_1} \quad \mu_{Y|x} = \frac{(n-x)\theta_2}{1-\theta_1} \quad \mu_{Y|x} = \frac{n\theta_1}{1-\theta_2} \quad \mu_{Y|x} = \frac{(n-x)\theta_1}{1-\theta_2}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تشریحی: ۲۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴)

۲۵- با مفروض بودن داده های نمونه ای  $\{(X_i, Y_i) : i = 1, \dots, n\}$  ضریب های خط کمترین مربعات  $\hat{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}x$  عبارتند از:

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X}, \hat{\beta} = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} \quad .1$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} + \hat{\beta}\bar{X}, \hat{\beta} = \frac{s_{xy}}{s_{xx}} \quad .2$$

### سوالات تشریحی

۱- اگر  $X_1, X_2$  متغیرهای مستقلی باشند که توزیع های پواسن با پارامترهای  $\lambda_1, \lambda_2$  دارند، توزیع احتمال متغیر تصادفی  $Y = X_1 + X_2$  را بیابید.

۲- برای نمونه های تصادفی به اندازه  $n$  از خانواده ی نمایی با پارامتر  $\theta$ ، توزیع  $Y_1, Y_n$  کوچکترین و بزرگترین آماره ترتیبی را به دست آورید.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta} & x > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

۳- نشان دهید که برای نمونه تصادفی به اندازه  $n$  از یک جامعه نرمال،  $S^2$  یک برآوردکننده ی سازگار برای  $\sigma^2$  است.

۴- ناحیه ی بحرانی آزمون نسبت درستنمایی برای آزمون فرض صفر  $H_0: \mu = \mu_0$  در برابر فرض مرکب  $H_1: \mu \neq \mu_0$  را بر مبنای نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای نرمال با واریانس معلوم  $\sigma^2$ ، پیدا کنید.



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۵- بر مبنای داده های نمونه ای که در جدول زیر نشان داده شده، تعیین کنید که آیا نسبت واقعی مشتریانی که ماده ی شوینده A را به ماده ی شوینده ی B ترجیح می دهند، در هر سه شهر یکسان است یا نه. از سطح معنی دار بودن ۰.۰۵ استفاده کنید.  $H_0: \mu = \mu_0$

۱.۴۰ نمره

	A	B
شهر الف	۲۳۲	۱۶۸
شهر ب	۲۶۰	۲۴۰
شهر ج	۱۹۷	۲۰۳

مقدار جدول = ۵.۹۹۱